

## Effet du fluage sur la capacité portante des poutres fissurée réhabilitées par plaque en composite

Khamis Hadjazi<sup>1\*</sup>, Zouaoui Sereir<sup>1</sup>, H. R. E. Houachine<sup>2</sup>, Amar SEMMANI<sup>1</sup>

1. Laboratoire de Structures de Composites et Matériaux innovants.

2. Laboratoire de Mécanique de Structures et Stabilité des Constructions LM2SC.

Faculté de Génie Mécanique, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, BP 1505 El M'naouer, USTO, Oran, Algérie,

Faculté d'Architecture et de Génie Civil, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, BP 1505 El M'naouer, USTO, Oran, Algérie.

\* auteur correspondant : [khamishadj@yahoo.fr](mailto:khamishadj@yahoo.fr)

**RESUME** - La réhabilitation à l'aide des plaques en composites des structures ayant perdu une partie de leur capacité portante est un procédé prometteur, car il permet de rétablir la résistance des structures endommagées. Dans cette étude, un modèle analytique viscoélastique est développé pour étudier la capacité portante à long terme d'une poutre en béton fissurée réparée par FRP. Le modèle théorique développé est basé sur le modèle de la zone cohésive (MZC). Le comportement viscoélastique (fluage), du béton a été inclus dans le présent modèle en intégrant la variation de la rigidité de la poutre avec le temps. Les résultats obtenus sont en bonne concordance avec ceux donnés par littérature. Des études paramétriques sont effectuées pour démontrer l'effet des propriétés mécaniques du béton, l'effet de la variation d'épaisseur et de la largeur de la plaque FRP sur la capacité portante de la structure réparée. En effet, le vieillissement de la poutre en béton et l'humidité relative ont une influence considérable sur l'efficacité de la réparation et sur la capacité portante de la structure. Ces paramètres peuvent conduire à une fissuration prématurée de l'interface après un certain temps de fonctionnement. La charge ultime de séparation diminue en fonction du temps et par conséquent, la capacité de la structure sera détériorée.

**Mots Clés** : Matériaux composites, Béton fissuré, Renforcement, Fluage, Contrainte d'interface.

### 1. Introduction

Par leurs caractéristiques mécaniques et leur faisabilité, les matériaux composites ont trouvé leur place dans les constructions civiles et les grands ouvrages, tels que les dallages industriels, les chaussées, les tabliers de ponts et aussi les parois de tunnels, afin d'éviter l'endommagement des constructions soumis à des conditions environnementales sévères. Ces dernières années la réadaptation des structures en béton par des matériaux composites devient beaucoup plus attrayante du point de vue économique, résistance et durabilité, [1,2]. Dans ce cas, la réparation et/ou renforcement structuraux des ouvrages en béton par des plaques en composite, s'avère nécessaire. Les effets de l'environnement ne sont pas les seules causes de l'évolution de la réponse mécanique au cours du temps, il y a également d'autres phénomènes d'origine physique comme le retrait et d'origine physique et mécanique comme le fluage. Dans le calcul des structures, la prise en compte des effets dus aux déformations différées des matériaux, spécialement le fluage des matériaux viscoélastiques, est un aspect important, pour ce la plusieurs recherches expérimentales et analytiques ont étudié leur effet sur le FRP et surtout le béton. De la littérature, il ya seulement quelques études qui traitent la redistribution des contraintes de cisaillement inter faciale en fonction du temps, par exemple, Benyoucef et al. [3] a développé une formulation théorique dans le domaine élastique et ils ont pris en compte les effets rhéologiques du béton. Une solution viscoélastique pour étudier la répartition des contraintes d'interface à long terme dans une poutre en béton renforcée par une plaque en FRP est développée par Zhang et Wang [4]. Dans cette solution, la poutre en béton et la plaque en

composite sont modélisés comme des matériaux élastiques, tandis que la couche adhésive est modélisé comme un matériau viscoélastique à l'aide du modèle solide standard linéaire. Diab et Wu, [5] ont présenté un modèle viscoélastique linéaire pour les poutres renforcées par FRP qui a été étendue dans [6] pour un modèle non linéaire pour simuler le décollement de l'interface en fonction du temps. Dans tous les modèles présentés ci-dessus, les contraintes d'interfaces sont prévus seulement dans le domaine élastique, [3-6]. En revanche, très peu d'études qui ont étudié la distribution de la contrainte à long terme [7,5] et qui simule profondément le comportement de la structure au cours de leur durée de vie.

Dans ce travail, nous avons développé un modèle viscoélastique pour étudier le comportement de fluage de l'interface à long terme. Dans ce modèle analytique, la poutre en béton est modélisée comme un matériau viscoélastique où les coefficients de fluage de la poutre dépendent du temps et de la durée du chargement. En utilisant le MZC, notre modèle donne les contraintes de cisaillement et les courbes charge-déplacement en trois zones élastique, adoucissante et décollement près de la fissure en fonction du temps. Enfin, une étude paramétrique a été effectuée pour voir effet des propriétés mécaniques du béton, variations d'épaisseur et la largeur de FRP et l'influence des conditions environnementales sur la capacité portante de la structure réparé en fonction du temps.

## 2. Modèle de la zone cohésive

Considérant une poutre en béton pré fissurée, renforcé par une plaque en composite FRP soumise à une charge centrée (flexion trois points), comme illustré Fig. 1(a). La géométrie et la section transversale de l'ensemble représenté sur la Fig. 1(c) est similaire aux travaux des chercheurs, [8, 9, 10, 11]. Les indices 1 et 2 dénotent respectivement la poutre en béton et la plaque FRP. En utilisant les lois d'élasticité, la force axiale  $N_i$  et le moment de fléchissant  $M_i$  des deux poutres ( $i=1, 2$ ) sont :

$$N_i = E(t)_i A_i \frac{du_i}{dx} \quad (1)$$

$$M_i = -E(t)_i I_i \frac{d^2 w_i}{dx^2}$$

Avec :  $u_i$  et  $w_i$  : déplacements axiaux et verticaux de la poutre  $i$ .  $E(t)_i$ ,  $A_i=b_i h_i$  and  $I_i$  sont le module de Young, les sections transversales et les moments d'inerties de la poutre  $i$ .

La discontinuité de déplacement provoquée par la présence d'une fissure peut être conventionnellement modélisée comme un ressort, Figure. (1,a). La rigidité de cette fissure est déterminée par le principe de la mécanique de rupture selon, [13] :

$$K_r = c(a, h_1) E_1(t) I_1 \quad (2)$$

Où  $h_1$  et  $a$  sont respectivement l'épaisseur de la poutre en béton et la profondeur de la fissure.  $E_1(t) I_1$  est la rigidité à la flexion de la poutre à l'endroit de la fissure,  $c(a, h_1)$  est un coefficient déterminé par la géométrie de la fissure.

En considérant un élément structurale de la poutre en béton renforcé par une plaque en FRP, Figure (1,c), les équations d'équilibres s'écrivent :

$$\frac{dN_1}{dx} = b_2 \tau \quad (3)$$

$$\frac{dN_2}{dx} = -b_2 \tau \quad (4)$$

$$M = M_1 + M_2 + N_2 (Y_1 + Y_2 + h_a) \quad (5)$$

Où  $N_i$  et  $M_i$  sont la force axiale horizontale et le moment de fléchissant,  $\tau$  est la contrainte de cisaillement le long de l'interface;  $M$  est le moment total appliqué et  $Y_1$  et  $Y_2$  sont les distances du fond de l'adhérent 1 et du dessus de l'adhérent 2 à leurs centres de surface.

Sous un chargement extérieur continu, le béton dans la zone de compression est soumis au fluage. Ce chargement à long terme, affecte la durabilité de la poutre réparée, ce ci est provoqué par la réduction significative des propriétés mécaniques du béton. Habituellement, le module d'élasticité de la poutre en béton peut être calculé en tenant compte des fonctions de fluage existantes dans, l'Euro code 2, [14].

Il est à noter que le module de Young dépendent du temps, et il est donné par [3, 15]:

$$E_1(t) = \frac{E_1}{1 + \chi\varphi(t, t_b)} \quad (6)$$

Avec  $E_1$  est le module d'élasticité du béton au temps  $t_b$ .  $\chi$  est un coefficient de vieillissement dépendant du développement de la déformation dans le temps varie entre 0.7 et 0.9 avec la valeur moyenne et 0.8, [6].  $\varphi(t, t_b)$  est le coefficient du fluage à l'instant  $t_b$ , qui est défini comme suit, [14-16].

$$\varphi(t, t_b) = \phi_{RH} * \beta(f_{cm}) * \beta(t_b) * \beta_{cb}(t - t_b) \quad (7)$$

$\phi_{RH}$ ,  $\beta(f_{cm})$  et  $\beta(t_b)$  sont des facteurs dépendants de l'humidité relative, la rigidité du béton et l'âge du chargement de la poutre respectivement. Leurs expressions sont données comme suites, [6, 17]:

$$\begin{aligned} \phi_{RH} &= 1 + \frac{1 - (RH/100)}{0.10\sqrt[3]{h_0}} \\ \beta(f_{cm}) &= \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}} \\ \beta(t_b) &= \frac{1}{0.1 + t_b^{0.2}} \end{aligned} \quad (8)$$

$RH$  est le pourcentage de l'humidité relative ambiante. Avec  $h_0 = 2A_b/p_b$  en mm,  $A_b$  est l'aire de la section transversale du béton ;  $p_b$  est le périmètre de la section du béton en contact avec l'atmosphère, tandis que  $f_{cm}$  est la résistance caractéristique à la compression du béton à 28 jours en  $N/mm^2$ . Le facteur  $\beta_{cb}(t - t_b)$  dans l'Eq. (9) est un coefficient définissant le développement du fluage avec le temps, donné par :

$$\beta_{cb}(t - t_b) = \left[ \frac{(t - t_b)}{\beta_H + t - t_b} \right]^{0.3} \quad (9)$$

Avec  $\beta_H$  un coefficient dépendant de l'humidité relative  $RH$ , il est donné par, [3] :

$$\beta_H = 1.5 \left( 1 + (0.012RH)^{18} \right) h_0 + 250 \leq 1500 \quad (10)$$

La variation de la contrainte de l'interface, les résultats expérimentaux disponibles ont prouvé que le vrai rapport contrainte-déformation est non linéaire, [18, 19].

Le rapport entre la contrainte et la déformation est généralement désigné sous le nom contrainte-déplacement, puisque la déformation d'interface est principalement le déplacement relatif entre la plaque FRP et la poutre en béton.

Par conséquent, l'utilisation de la loi de la zone cohésive pour analyser la séparation de l'interface, permet la détermination de la capacité portante de la poutre réparée par une méthode non linéaire. Dans ce document, un type triangulaire de la loi cohésive (bilinéaire), figure 2, donne une bonne approximation de ce rapport non linéaire, [4-20].

Dans ce modèle, trois zones sont distinguées :

$$\tau = \begin{cases} \frac{\tau_f}{\delta_1} \delta & 0 \leq \delta \leq \delta_1 & \text{Zone élastique} \\ \frac{\tau_f}{\delta_f - \delta_1} (\delta_f - \delta) & \delta_1 \leq \delta \leq \delta_f & \text{Zone plastique} \\ 0 & \delta > \delta_f & \text{Zone de séparation} \end{cases} \quad (11)$$

Avec  $\delta$  est le déplacement de l'interface,  $\tau_f$  est la contrainte de cisaillement de l'interface.  $\delta_f$  est déplacement de séparation, et  $K_b = \tau_f / \delta_1$  est la rigidité élastique initiale de l'interface FRP-béton.

La surface sous la courbe contrainte-déplacement est l'énergie de rupture  $G_f$ . Elle est calculée comme suit :

$$G_f = \int_0^{\delta_f} \tau d\delta \quad (12)$$

La séparation à l'interface entre la poutre en béton la plaque FRP est donnée par :

$$\delta = u_1 - Y_1 \frac{\partial w_1}{\partial x} - u_2 - Y_2 \frac{\partial w_2}{\partial x} \quad (13)$$

En utilisant le MZC, le comportement de l'interface de la poutre en béton renforcée par FRP ce fait en trois zones, qui peuvent être classées comme suit :

### 3. Contrainte de cisaillement

#### 3.1. Phase élastique linéaire

Dans cette étape, la variation de la contrainte de cisaillement est obtenue en substituant l'Eq. (11) dans l'Eq. (13):

$$\tau = \frac{\tau_f}{\delta_1} \left( u_1 - Y_1 \frac{\partial w_1}{\partial x} - u_2 - Y_2 \frac{\partial w_2}{\partial x} \right) \quad (14)$$

La dérivée de cette équation nous donne :

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = \frac{\tau_f}{\delta_1} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x} - Y_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} - \frac{\partial u_2}{\partial x} - Y_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \right) \quad (15)$$

La contrainte de cisaillement peut être exprimée comme :

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{\tau_f}{\delta_1} \left( \frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{N_2}{E_2 A_2} - \frac{Y_1 d^2 w_1}{dx^2} - \frac{Y_2 d^2 w_2}{dx^2} \right) \quad (16)$$

D'après la littérature, [10, 21] la plaque FRP et la poutre ont la même courbure, c.-à-d. :

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \quad (17)$$

Substituant l'Eq. (17) et l'Eq. constitutive (1) dans l'Eq. (5), on aura :

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} = - \frac{M_T}{(E_1 I_1 + E_2 I_2)} + \frac{(Y_1 + Y_2)}{(E_1 I_1 + E_2 I_2)} N_2 \quad (18)$$

L'équation (15) devient :

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{\tau_f}{\delta_1} \left( \frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{N_2}{E_2 A_2} - (Y_1 + Y_2) \left( \frac{-M}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \left( \frac{Y_1 + Y_2 + h_a}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) N_2 \right) \right) \quad (19)$$

Différenciant les deux côtés de l'Eq. (19) par rapport à  $x$  et considérant les Eqs. d'équilibres (3) et (4), on obtient l'Eq. de la contrainte de cisaillement :

$$\frac{d^2\tau}{dx^2} = K_1 \left( \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} + \frac{(Y_1 + Y_2)(Y_1 + Y_2 + h_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) b_2 \tau + K_1 \left( \frac{Y_1 + Y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) M' \quad (20)$$

Avec :  $N_1 = -N_2$  et  $K_1 = \tau_f / \delta_1$

L'équation du deuxième ordre (20) admet la solution :

$$\tau = A e^{-\lambda_1 x} + B e^{\lambda_1 x} + \tau_c \quad (21)$$

$\tau_c$  : est la solution particulière.

$$\lambda_1 = C_\lambda \sqrt{K_1}$$

$$\tau_c = C_\tau M'$$

Où :

$$C_\lambda = \sqrt{b_2 \left( \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} + \frac{(Y_1 + Y_2 + h_a)(Y_1 + Y_2)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right)} \quad (22)$$

$$C_\tau = \frac{Y_1 + Y_2}{(E_1 I_1 + E_2 I_2) C_\lambda^2}$$

A partir des équations (11) et (21), le déplacement  $\delta$  le long de l'interface correspondant à l'étape élastique est exprimé par :

$$\delta = \frac{\delta_1}{\tau_f} \left( A e^{-\lambda_1 x} + \tau_c \right) \quad (23)$$

Quand  $x$  est suffisamment grand, la contrainte de cisaillement est limitée et converge vers la solution particulière  $\tau_c$  donc la valeur de  $B$  est nulle, [22].

Le déplacement à l'endroit de la fissure est déjà donné par [9-11] :

$$\delta|_{x=0} = \frac{Y_1}{2K_r} M_1 \Big|_{x=0} \quad (24)$$

Pour déterminer la valeur de  $A$ , la condition aux limites de déplacement à  $x = 0$  est utilisée.

### 3.2. Etape adoucissante-élastique

Si la charge augmente après atteinte de la limite élastique, une partie de l'interface commence à adoucir. Le long de l'interface deux régions sont formées :

a) Dans la région élastique linéairement ( $\delta \leq \delta_l$ ), la solution de la contrainte de cisaillement a la même forme que l'Eq. (21) avec la même condition de  $B=0$ .

$$\tau = A_1 e^{-\lambda_1(x-a_1)} + \tau_c \quad (25)$$

Et le déplacement  $\delta$  le long de l'interface est :

$$\delta = \frac{\delta_1}{\tau_f} \left( A_1 e^{-\lambda_1(x-a_1)} + \tau_c \right) \quad (26)$$

Où  $a_1$  est la longueur de la zone d'adoucissement. La constante  $A_1$  est déterminée avec la condition à la limite suivante :

b) dans la région d'adoucissement ( $\delta_1 \leq \delta \leq \delta_f$ ), la deuxième expression de la relation contrainte-déplacement et les Eqs. (3) et (4) devient:

$$\frac{d^2\tau}{dx^2} = -K_{II} \left( \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} + \frac{(Y_1 + Y_2)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} (Y_1 + Y_2 + h_a) \right) b_2 \tau - K_{II} \left( \frac{Y_1 + Y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) M' \quad (27)$$

Avec :  $K_2 = \tau_f / (\delta_f - \delta_1)$

L'Eq. (27) du second ordre prend la solution :

$$\tau = C \cos(\lambda_2(x - a_1)) + D \sin(\lambda_2(x - a_1)) + \tau_c \quad (28)$$

Par la combinaison entre les équations (11) et (28), le déplacement  $\delta$  le long de l'interface pour cette région est donné par :

$$\delta = \delta_f - \frac{\delta_f - \delta_1}{\tau_f} (C \cos(\lambda_2(x - a_1)) + D \sin(\lambda_2(x - a_1)) + \tau_c) \quad (29)$$

Où :  $\lambda_2 = C_\lambda \sqrt{K_{II}}$  (30)

Les constantes  $C$  et  $D$  sont déterminées par les conditions de continuité à  $x = a_1$ .

Quand  $P > P_{E_s}$ , l'interface FRP-béton passe à l'étape élastique-endommagement. Cette étape s'achève quand la séparation commence à s'initialiser. La charge  $P$  correspondante en ce moment désignée sous le nom de la charge ultime  $P_u$ , peut être déterminée par la combinaison de L'Eq. (28) et :

$$\tau|_{x=0} = 0 \quad (31)$$

### 3.3. Etape de Séparation-Adoucissante-Elastique

Dans cette section les trois étapes, élastique, adoucissement et de séparation sont considérées. Pour chaque étape, la contrainte de cisaillement est donnée par:

- Zone élastique

$$\tau = A_1 e^{-\lambda_1(x-d-a_u)} + \tau_c \quad (32)$$

- Zone adoucissante

$$\tau = C \cos(\lambda_2(x - d - a_u)) + D \sin(\lambda_2(x - d - a_u)) + \tau_c \quad (33)$$

- Zone de séparation

$$\tau = 0 \quad (34)$$

## 4. Résultat et discussion

Dans cette section, une validation suivie d'une étude paramétrique vont être présentées afin de mettre en valeur l'efficacité et la sensibilité de notre modèle. La réponse en fluage de la poutre en béton et tracée et discuté selon l'évolution du temps. Après cela, le comportement de l'interface FRP béton en fonction du temps à été étudié. Pour l'ensemble de nos applications, les caractéristiques mécaniques et géométriques données dans les tableaux 1 et 2 sont identiques à ceux employées par [9, 11, 23].

Tableau 1 : Propriétés mécaniques de la plaque FRP-Béton.

E <sub>1</sub> [GPa]	E <sub>2</sub> [GPa]	E <sub>a</sub> [GPa]	τ <sub>f</sub> [MPa]	K <sub>b</sub> [MPa/mm]	G <sub>f</sub> [N/mm]
25	230	3	1.8	160	0.5

Tableau 2 : Propriétés géométriques de la plaque FRP-Béton.

L [mm]	L <sub>1</sub> [mm]	h <sub>1</sub> [mm]	h <sub>2</sub> [mm]	h <sub>a</sub> [mm]	b <sub>1</sub> [mm]	b <sub>2</sub> [mm]	t <sub>b</sub> [jours]	RH
750	700	150	0.11	0.1	100	100	28	60%

Pour une charge  $P$  appliquée à la mi-portée de la poutre simplement soutenue, représentée par la Figure 1,a, le moment de flexion ainsi que la première et la deuxième dérivée du moment s'expriment de la forme :

$$M = \frac{P}{2} \left( \frac{L}{2} - x \right), \quad \frac{dM}{dx} = -\frac{P}{2}, \quad \frac{d^2M}{dx^2} = 0 \quad (35)$$

## 5. Validation des résultats

Dans la figure 3, l'évolution de la contrainte de cisaillement le long de l'interface obtenue par le MZC actuel a été comparée avec les résultats donnés par le modèle analytique de [9] juste pour le temps de fluage initial ( $t_b=28$  jours) et une charge extérieure de l'ordre de 10 kN. Cette validation montre la parfaite concordance de nos résultats avec ceux issus de la bibliographie. Au début la contrainte de cisaillement est dans la zone élastique. Lorsque cette contrainte atteint sa valeur critique  $\tau_f$ , on assiste à un endommagement caractérisé par la zone adoucissante.

Pour étudier le comportement viscoélastique du béton renforcé par FRP sous une charge de fluage de 5 kN, la variation de la rigidité du béton en fonction du temps et représenté sur la figure 4. Dans cette figure le comportement au fluage du module de Young du béton en fonction du temps pour différents niveaux d'humidité relative (40% à 80%) est représenté. Pour des temps de fluage court, une diminution rapide du module d'Young du béton sont observées. Pour des longues périodes de fluage, la rigidité de la poutre devient stable. De plus, pour des grands pourcentages d'humidité relative et sur des longues durées de fluage le module d'Young devient plus important.

Afin de suivre le comportement de notre poutre en béton renforcée par une plaque en FRP au niveau de l'interface à  $x = 0$ , la variation de la charge en fonction de la variation du déplacement est tracée sur la figure 5. De cette figure on remarque que si le chargement externe est inférieur à  $P_e$  (charge élastique critique), l'interface est complètement dans l'étape élastique (Zone OA). A cette étape, le rapport charge-déplacement est linéaire. La zone adoucissante est initiée une fois que le chargement externe atteint la valeur  $P_e = 1.28$  kN (point A). A ce point, la valeur du déplacement correspondante est de  $\delta=0.011$  mm. Si le chargement appliqué continue d'augmenter, l'interface rejoint la zone adoucissante (zone AB). Lorsque le chargement extérieur atteint la charge critique  $P_s=14.47$  kN (le point B), la zone de séparation est apparue au niveau de l'interface. A ce point, la valeur maximale de déplacement est de  $\delta = 0.55$  mm. Enfin, l'interface perd toutes ces performances

lorsqu'il rejoint la Zone BC. Le début de déchargement définit la zone de séparation jusqu'à où la charge égale à zéro (point C).

## 6. Étude paramétrique

Pour mieux comprendre le comportement de notre structure sur les longs termes, ce qui aidera les ingénieurs à optimiser leurs paramètres de conception. Les effets de plusieurs paramètres ont été étudiés. Ces résultats sont destinés à démontrer la capacité portante de la structure pour différents temps de fluage.

### 6.1. Effet de du vieillissement du béton

Dans la figure 6, la variation du déplacement à l'interface pour deux temps de service sont présentés en fonction de différente charge de fluage appliqué. De la présente figure, il est clairement visible que l'augmentation du temps de fluage engendre une réduction de la capacité portante de la structure. On assiste à un avancement du passage entre la zone adoucissante et la zone de séparation. On peut dire, que l'augmentation du temps de fluage est un facteur défavorable, parce qu'il provoque la chute de la rigidité de la structure renforcée.

### 6.2. Effet de l'humidité relative

La figure 7 montre l'effet de l'humidité relative, sur la résistance de la structure renforcée pour des temps de fluage importante égale 1000 jours. Ensuite, Trois cas sont analysés, RH = 60%, 80% et 100%. Il est à noter que la capacité portante est affectée par des variations de l'humidité relative, en particulier dans les étapes adoucissement- séparation.

### 6.3. Effet de Largeur de la plaque FRP

La variation du déplacement de l'interface FRP-béton à l'endroit de la fissure ( $x=0$ ) pour différents largeur de la plaque FRP est représentée sur la figure 8, pour un temps de fluage important 1000 jours. Au long terme, il est clairement visible que l'augmentation de la largeur de la plaque provoque une augmentation de la capacité portante de la structure où cette dernière passe de 11.6 kN pour une largeur de 80 mm à 14 kN pour une largeur de 100 mm.

### 6.4. Effet de l'épaisseur de la plaque FRP

Pour bien comprendre le comportement à long terme, de la capacité portante de la structure pour différents épaisseurs de la plaque. Deux moments égales, 28 et 1000 jours sont pris en considération, comme il indiqué dans la figure 9. Il est clair que la variation de l'épaisseur du FRP a un effet significatif sur la résistance de la poutre réparée, en particulier dans de la zone adoucissante-séparation. En plus, le pourcentage de réduction de la charge ultime de séparation diminue avec l'augmentation de l'épaisseur de la plaque en composite. Finalement on peut dire que la rigidité du FRP joue un rôle important dans la résistance de la poutre réparée et la sur la durée de vie de la structure en particulier dans les longs termes de fluage.

## 7. Conclusion

Dans cette étude, un MZC viscoélastique est établie pour analyser la capacité portante d'une poutre en béton réparé par une plaque en composite avec l'introduction de l'effet de fluage de la poutre en béton. Le problème de fluage est résolu en utilisant une loi bilinéaire. La nouvelle solution est de nature générale, elle peut être appliquée à toutes sortes de matériaux. Des études paramétriques sont réalisées pour montrer leur effet sur le comportement de l'interface FRP-béton en fonction du temps. On a constaté que le vieillissement de la poutre en béton et l'humidité ont une influence

considérable sur la résistance de la structure réparée. Les propriétés géométriques de la plaque de réparation en un effet important par ce quel provoque l'augmentation de la charge ultime de séparation et par conséquent, la capacité de la structure sera importante.

### Références

1. Bank LC. Composites for construction: structural design with FRP materials. Hoboken, New Jersey: J. Wiley & Sons; (2006).
2. Mário F. Sá, A.M. Gomes, J.R. Correia, N. Silvestre, Creep behavior of pultruded GFRP elements - Part 2: Analytical study, Composite Structures 93 (2011) 2409-2418.
3. Benyoucef S, Tounsi A, Benrahou KH, Adda Bedia EA. Time-dependent behavior of RC beams strengthened with externally bonded FRP plates: interfacial stresses analysis. Mech Time-Depend Mater (2007), Vol. 11, PP.231-48.
4. Zhang C., J.Wang, Viscoelastic analysis of FRP strengthened reinforced concrete beams, Composite Structures 93 (2011) 3200-3208.
5. Diab H,Wu Z. A linear viscoelastic model for interfacial long-term behaviour of FRP-concrete interface. Compos B Eng (2008), Vol. 39:, PP. 730-72.
6. Diab H,Wu Z. Nonlinear constitutive model for the time-dependent behaviour of FRP-concrete interface. Compos Sci Technol. (2007), Vol. 67, PP. 2323-33.
7. Mari A. R., E. Oller, J. M. Bairán, N. Duarte, Simplified method for the calculation of long-term deflections in FRP-strengthened reinforced concrete beams, Composites: Part B, Vol. 45, (2013), PP. 1368–1376.
8. Roberts, T.M., Haji-Kazemi, H., Strengthening of under-reinforced concrete beams with mechanically attached steel plates, International J. of Cement Composites and Lightweight Concrete, (1989), Vol. 11, PP. 21.
9. Wang, J., Debonding of FRP-plated reinforced concrete beam, a bond-slip analysis. Part I: theoretical formulation. Inter J. of Solids and Structures, Vol. 43, (21), (2006), PP. 6649-64.
10. Smith, J.G., Teng, J., Interfacial stresses in plated beams. Engineering Structure Vol. 23, (2001), PP. 857-871.
11. Wang, J., Cohesive zone model of intermediate crack-induced debonding of FRP-plated concrete beam. International J. of Solids and Structures, Vol. 43 (21), (2006), PP. 6630-48.
12. Hadjazi K. , Z. Sereir, S. Amziane, Cohesive zone model for the prediction of interfacial shear stresses in a composite-plate RC beam with an intermediate flexural crack, Composite Structures, Vol.94, Issue 12, (2012), PP 3574-3582.
13. Paipetis, S. A., Dimarogonas, A. D., Analytical Methods in Rotor Dynamics. (1986), Elsevier Applied Science, London.
14. CEN. Eurocode 2: design of concrete structures- part 1-1: general rules and rules for buildings (EN 1992-1-1:2004). Comité Européen de Normalisation, Brussels; 2004.
15. Bazant, Z.P., 1988. Mathematical Modelling of Creep and Shrinkage of Concrete. Wiley, New York.
16. ACI Committee 435. Control of deflections in concrete structures (ACI 435R-95). Detroit (MI): American Concrete Institute; 1995.

17. Li X., X. L. Gu, Y. Ouyang, X.B. Song, Long-term behavior of existing low-strength reinforced concrete beams strengthened with carbon fiber composite sheets, *Comp: Part B* 43 (2012), 1637-44
18. Attari, N., Amziane, S., Chemrouk, M., (2010) Efficiency of Beam-Column Joint Strengthened by FRP Laminates, *Advanced Composite Materials*, Vol. 19, Number 2, , PP. 171-183(13).
19. Dai, J., Ueda, T., Sato, Y., Development of the Nonlinear Bond Stress-Slip Model of Fiber Reinforced Plastics Sheet-Concrete Interfaces with a Simple Method. *J. of Composites for Construction* 9 (1), (2005), PP. 52-62.
20. Bennegadi M.L., Z. Sereir, S. Amziane, 3D nonlinear finite element model for the volume optimization of a RC beam externally reinforced with a HFRP plate, *Construction and Building Materials*, Vol. 38, (2013), PP. 1152-1160.
21. Rasheed H. A., Pervaiz S., Bond slip analysis of fiber-reinforced polymer-strengthened beams. *J. of Engineering Mechanics* Vol. 128, (2002), PP. 78-86.
22. Wang J., Qiao P., Interface crack between two shear deformable elastic layers. *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 52, (2004), PP. 891-905.
23. Wu, Z., Yin, J., Fracture behaviors of FRP-strengthened concrete structures. *Eng. Fracture Mech.* Vol. 70, (2003), PP. 1339-1355.

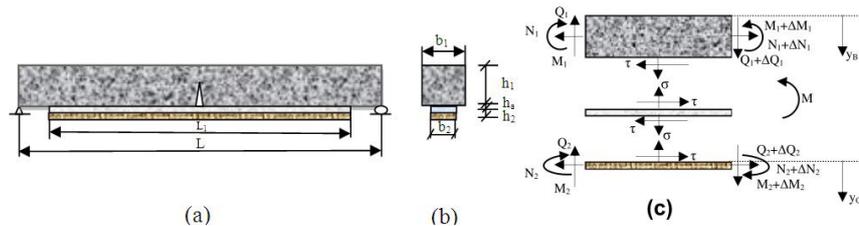


Figure 1 : Equilibre des efforts à d'interface plaque FRP et poutre fissurée [9, 12].

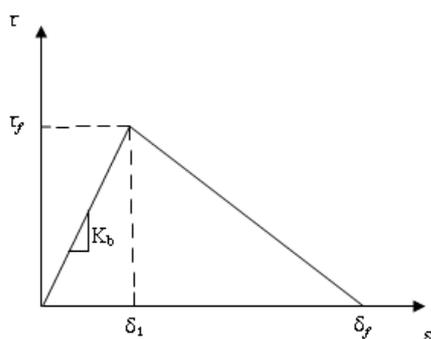


Figure 2 : Modèle bilinéaire

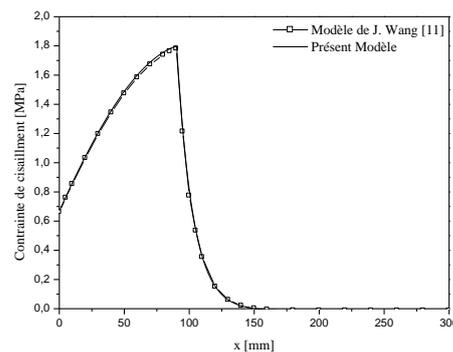


Figure 3 : Validation du modèle pour  $t_b=28$  jours

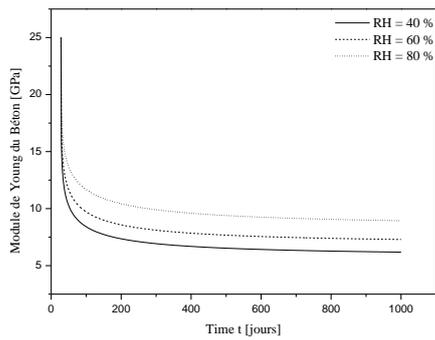


Figure 4 : Variation de la rigidité de la poutre

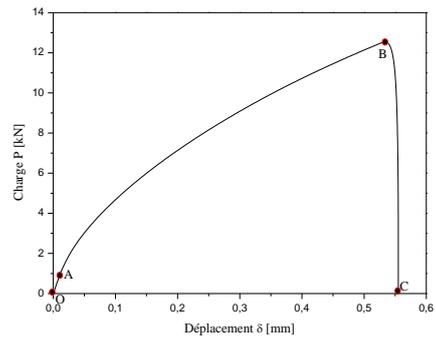


Figure 5 : Variation de la charge appliquée en fonction du déplacement pour  $t_b=28$  jours.

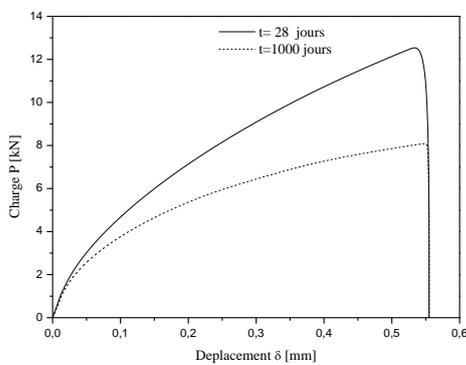


Figure 6 : Effet du temps de fluage

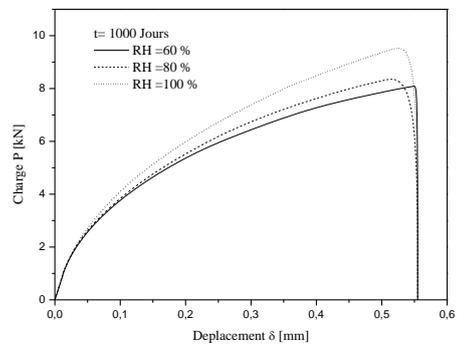


Figure 7 : Effet de l'humidité relative

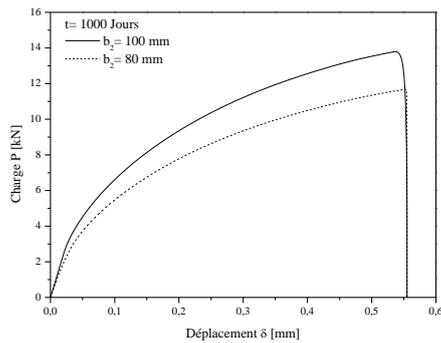


Figure 8 : Effet de la largeur de la plaque

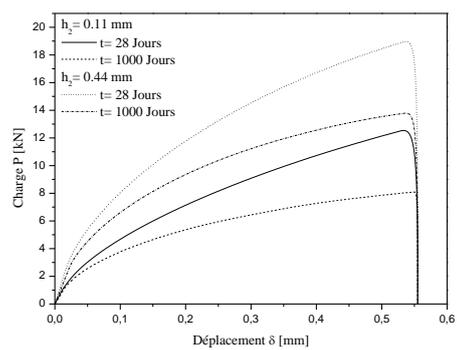


Figure 9 : Effet de l'épaisseur de la plaque