

## Étude d'une plaque fissurée sous tension

Zohra LABED\*, Rabie CHETTAH, Chaabane ROUBA

Laboratoire de Mécanique, Département de Génie Mécanique, Faculté des Sciences de la Technologie.  
Université des Frères Mentouri – Constantine 1. Campus Chaab Ersas, 25000 Constantine, Algérie  
[zohra\\_labed@yahoo.fr](mailto:zohra_labed@yahoo.fr)

**Résumé** - L'entaille, n'est pas la seule particularité susceptible de créer une concentration de contraintes. Les épaulements, les trous et, toutes les discontinuités de forme, provoquent le même phénomène. Chaque modification de discontinuité entraîne un nouveau type de distribution de contraintes. La zone de concentration des contraintes est souvent le site d'amorçage de fissures de fatigue, mais peut être aussi l'origine de rupture brutale dans le cas d'un matériau fragile. Afin de bien comprendre ce problème, nous avons considéré une plaque fissurée percée sous traction.

Dans un premier temps, nous étudions l'effet du maillage et des conditions aux limites sur l'évolution des contraintes. On propose alors de se focaliser sur le cas de la plaque trouée fissurée sollicitée en traction, qui présente le double avantage de faire apparaître des contraintes et des déformations non homogènes.

Alors que dans un autre temps, nous nous sommes intéressés aux contraintes au voisinage de la fissure. Nous avons utilisé pour la simulation le code de calcul ANSYS, la géométrie de la pièce et le matériau ont été définis. Les résultats obtenus nous ont permis de constater l'effet des conditions aux limites dans les zones à fortes concentrations de contraintes. La contrainte maximale au voisinage du trou a été calculée.

**Mots Clés** : Plaque fissurée, Traction, Concentration de contraintes, Simulation numérique.

### Nomenclature

$F$	Force de traction, MPa	$K_t$	Coefficient de concentration de contrainte
$L$	Longueur de la plaque, mm		
$W$	Largeur de la plaque, mm		<i>Symboles grecs</i>
$R$	Rayon du trou, mm	$\sigma$	contrainte, MPa
$E$	Épaisseur de la plaque, mm		<i>Indices et exposants</i>
$\nu$	Coefficient de poisson	$\theta$	tangentielle
$E$	Module d'Young, GPa	$r$	radiale
		$t$	théorique

### 1. Introduction

Ce problème a pour objectif de montrer que la présence de trous, et plus généralement d'entailles et autres congés de raccordement conduit à un affaiblissement de la structure en raison de sur contraintes locales, appelées concentrations de contrainte. Il est donc bon d'éviter, autant que possible, le perçage ou l'usinage de défauts ou de parties fonctionnelles de ce type.

Lorsque la présence de concentrateurs de contraintes est inévitable, il est nécessaire de connaître le facteur de concentration de contrainte associé à chaque géométrie, afin de dimensionner les structures [1].

Le cas de la traction d'une plaque fissurée percée d'un trou circulaire est analysé en utilisant un code de calcul ANSYS dans le détail. L'étude est menée dans le contexte des petites perturbations pour un milieu isotrope, dans son état naturel, au comportement élastique linéaire. La longueur  $L$  et la largeur  $W$  de la plaque sont supposées suffisamment grandes par rapport à  $r$  pour que l'état de

contrainte loin du trou ne soit pas affecté par la présence du trou et puisse donc être assimilé à l'état homogène [2].

## 2. Méthode analytique

La géométrie de la plaque est soit en acier ou en Aluminium :  $L \times W \times e = 200 \times 100 \times 8$  avec une longueur de la fissure de 4mm. Propriétés du matériau:  $E = 210 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.3$ , Force = 100Mpa. La plaque est dans un état de contrainte plane. La matrice de contrainte est de la forme:

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & 0 \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Les termes de ces trois composantes sont donnés par la référence [3]. Lorsque la contrainte maximale est la plus grande valeur sur le bord du trou. Quel est le rapport de concentration? Selon les résultats, il est clair que la valeur de  $K_t$  est égale à 3. La présence d'un trou aussi petit soit-il, génère une concentration des contraintes d'une valeur de  $3\sigma$ . Ce coefficient peut être plus grand si la taille du trou augmente par rapport aux dimensions de la plaque.  $K_t$  est le facteur de concentration de contrainte;  $\sigma_{nom}$  est la contrainte nominale dans la section brute. La relation entre la contrainte de contrainte nominale et maximale est donnée par la relation suivante, et la valeur de  $\sigma_{max}$  est de 300MPa (éq 2).

$$\sigma_{max} = k_t \sigma_{nom} \quad (2)$$

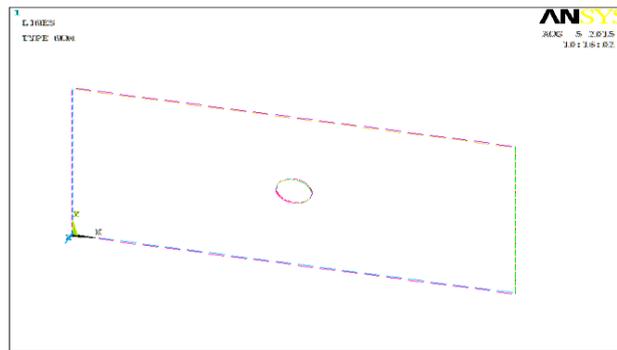


Figure 1 : Plaque perforée sans fissure

## 3. Méthode numérique

Dans ce qui suit, nous avons représenté le quart de la plaque à cause de la symétrie de la géométrie et du chargement utilisant le code de calcul ANSYS pour montrer la valeur maximale de la contrainte tangentielle au voisinage du trou (figure 2), sachant que la contrainte radiale est négligeable par rapport à la contrainte tangentielle [4].

La contrainte de Von Mises est maximale est visualisée par la couleur rouge aux extrémités du trou et elle est supérieure à la contrainte moyenne ce qui correspond aux résultats théoriques.

Nous avons considéré l'effet du maillage au bord du trou et nous avons constaté qu'à partir d'un certain nombre d'élément les valeurs de la contrainte deviennent constantes.

Nous avons trouvé une convergence très rapide de la solution numérique dans la zone à faible concentration de contrainte. Par contre, dans les zones à fort gradient, le raffinement localisé autour de la zone de concentration de contrainte est nécessaire.

En fonction de ces résultats, nous avons pris la même plaque mais avec une fissure au bord du trou (figure 3).

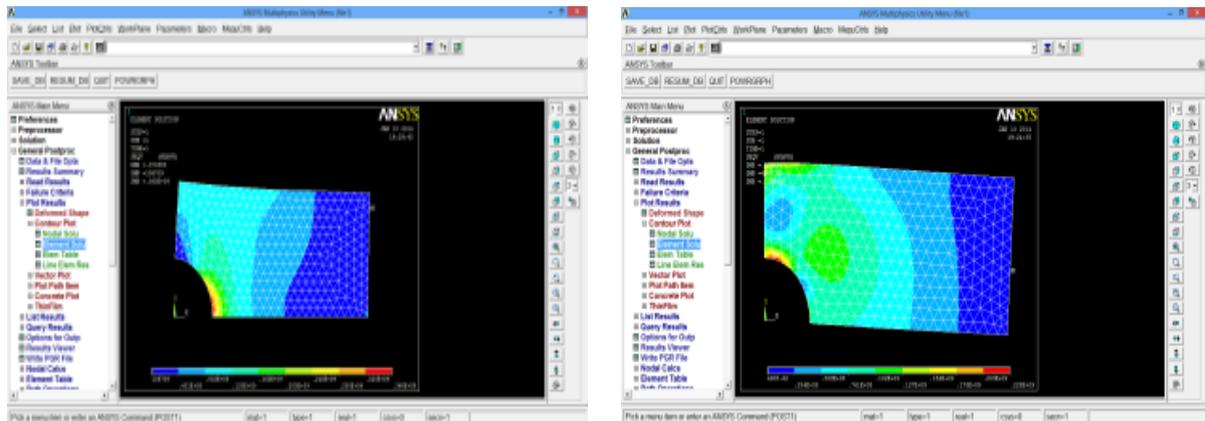


Figure 2 : Contraintes de Von Mises au voisinage du trou

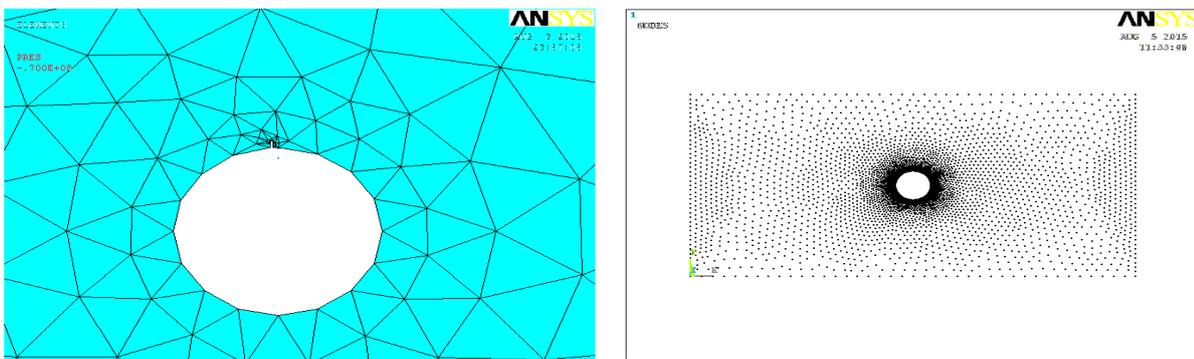


Figure 3 : Plaque fissurée au voisinage du trou (a) et raffinement du maillage (b)

### 3.1 Premier cas : Conditions aux limites et charge appliquée suivants l'axe X

Le but cette application est de nous faire voir l'effet des conditions aux limites sur la fissure qui se trouve au voisinage du trou. On a amélioré l'exactitude des résultats avec une dimension d'éléments très faible.

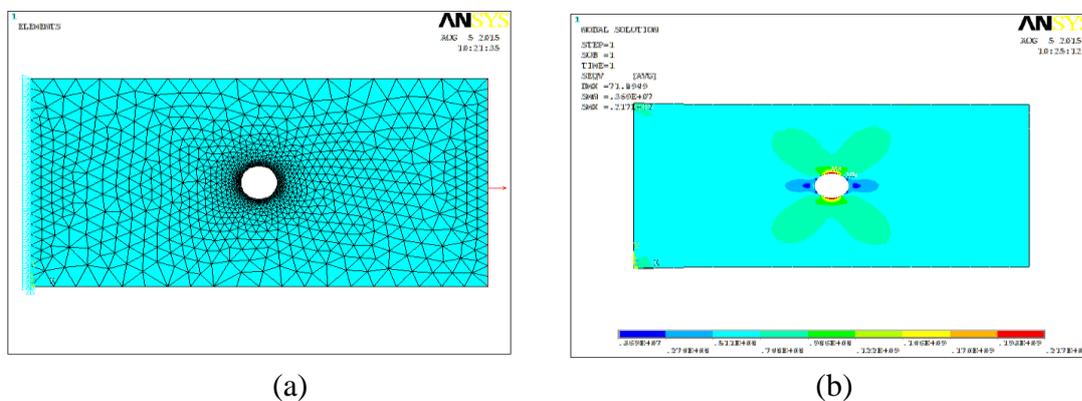


Figure 4 : Plaque fissurée sous tension (a), visualisation des contraintes de Von Mises (b)

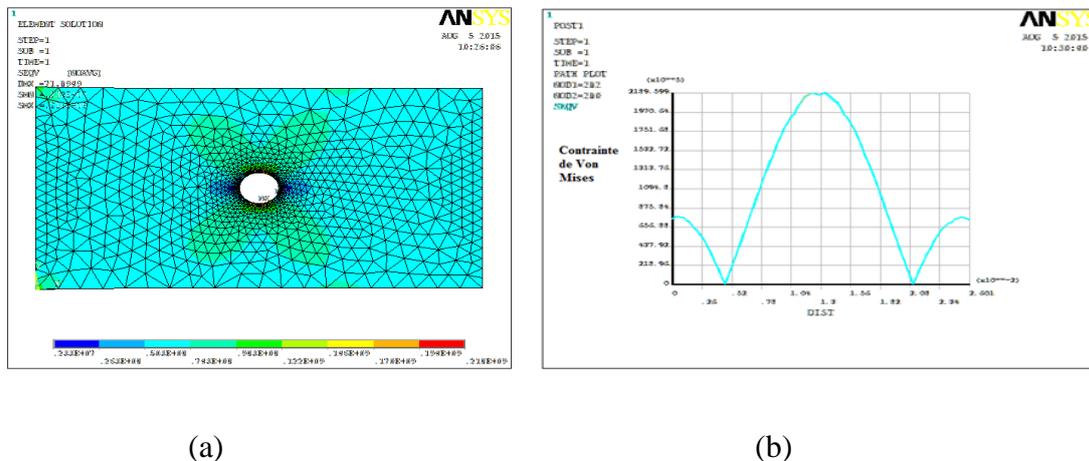


Figure 5 : Visualisation (a), distribution des contraintes de Von mises le long de la fissure (b)

La figure 5 représente la distribution des contraintes de Von Mises le long de la fissure au voisinage du trou. Dans la figure on peut voir que le trou cylindrique tend à être de forme elliptique suivant le sens d'application de la charge appliquée (a). Alors que la figure (b) montre une distribution symétrique avec une contrainte maximale le long de la fissure. On peut dire que cette zone est une zone de contrainte élastoplastique et que la plasticité apparaît au fond de la fissure.

### 3.2 Deuxième cas : Conditions aux limites et charge appliquée suivants l'axe Y

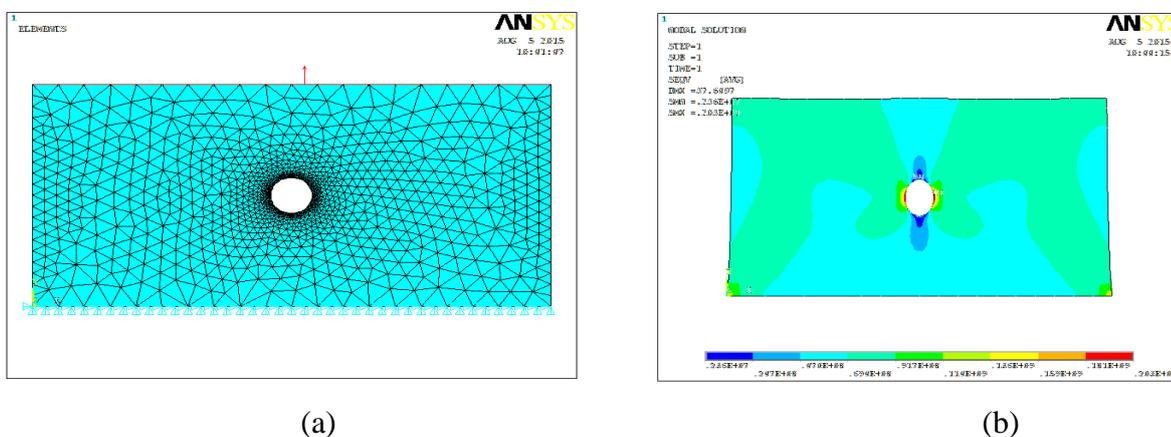


Figure 6: Application de la contrainte de traction suivant Y (a), Contraintes de Von Mises (b)

Les figures 5 et 7 donnent des résultats différents par rapport à l'application de la charge et des conditions aux limites. Le résultat des deux figures (b) est symétrique et indique clairement que la fissure a tendance à se propager suivant le sens d'application de la charge. Avec des valeurs de la contrainte de Von Mises très élevées à la pointe de la fissure et au voisinage du trou.

Dans un matériau élasto-plastique, la plasticité se développe à la pointe de la fissure. Deux situations peuvent être envisagées. La zone plastique se limite à la pointe de la fissure ou de la zone plastique étend à l'ensemble de la structure. Dans le cas où la plasticité est confinée, l'analyse élastique précédente peut être appliquée, mais la valeur de la ténacité ne peut pas être liée. Une

grande partie de l'énergie emmagasinée est dissipée dans la zone plastique. Dans ce cas, la zone de plastique se limite à la pointe de la fissure Figure 6.

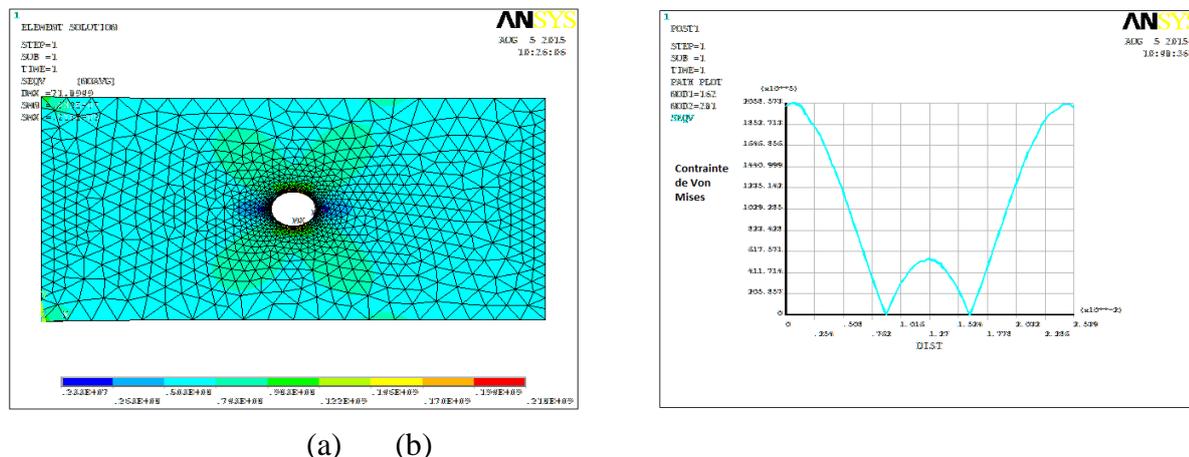


Figure 7: Visualisation (a) et distribution des contraintes de Von mises le long de la fissure (b)

### Conclusion

Notre étude a pour objet l'étude d'une plaque perforée fissurée soumise à une charge de traction portant une attention à la concentration de contrainte au voisinage du trou.

Nous avons examiné la plaque dans le domaine d'application de la force, la solution théorique, donne des contraintes en équilibre avec la solution de forces extérieures. Nous obtenons une répartition très proche de la répartition théorique (plaque trouée non fissurée). Un raffinement bien localisé autour de la zone de concentration de contrainte est nécessaire. Par contre, dans le cas de la plaque perforée fissurée, la convergence est difficile en raison de la présence d'une zone élastoplastique à la pointe de la fissure au voisinage du trou. Ce choix des deux plaques avec fissure et sans fissure, nous a permis de constater la propagation de la fissure.

Nous notons que la valeur de la contrainte équivalente à la pointe de la fissure dépasse la contrainte élastique. Nous proposons dans ce cas, l'application de la méthode locale pour obtenir une réponse sur le comportement de la fissure.

### Références

1. J. Fluid Mech. 491 (2003) 325–352.
2. J.A. Weaver, R. Viskanta, Natural convection due to horizontal temperature and concentration gradients-2. Species interdiffusion, Soret and Dufour effects. Int. J. Heat Mass Transfer. 34, 12 (1991) 3121-3133.
1. H.P. Lieurade, J. Lu, Technique de l'Ingénieur, traité génie mécanique BM 5040 (1998)
2. J. Lemaître, J. L. Chaboche, Mécanique des matériaux solides, Dunot, (1996).
3. L. Chevalier, Mécanique des systèmes et des milieux déformables, voir rubrique Média, éditions Ellipses (2006).
4. O.C Zienkiewicz, R.T Taylor, the Finite Element Method, Volume 1, the basics, 5th édition, (2000).