

Optimisation de l'endommagement des poutres sandwiches en mode de rupture des peaux en compression

Fairouz BOUROUIS*, Fayçal MILI

Laboratoire de Mécanique

Département de Génie Mécanique, Faculté des Sciences de la Technologie. Université des Frères Mentouri – Constantine. Campus Chaab Ersas, 25000 Constantine, Algérie

*auteur correspondant : famo006@yahoo.fr

Résumé : L'objectif de notre travail est d'effectuer une étude d'optimisation de la rupture et d'endommagement de poutres sandwiches à revêtements composites stratifiés orientés à $[+\theta^\circ/-\theta^\circ]_{3s}$, $[+45^\circ/-45^\circ]_{3s}$ et $[0^\circ/90^\circ]_{3s}$ chargées en flexion trois points. Une telle tâche a été réalisée par le biais de méthodes stochastiques telles que les algorithmes génétiques permettant de localiser l'optimum d'une fonction dans l'espace des paramètres mis en valeur. Le changement de la nature du matériau des revêtements ainsi que la recherche de l'effet de l'orientation du renfort fibreux et des contraintes de cisaillement transverse permettent de déterminer la performance de la structure sandwich en mode de rupture de peaux en compression. Les résultats obtenus sont parus tous efficaces malgré le caractère non déterministe des algorithmes génétiques.

Mots Clés : Poutre sandwich, Rupture, Compression, Optimisation, Algorithme génétique.

Nomenclature :

$[A], [B], [C], [D], [F]$: Matrices des rigidités

A_{ij}^1, C_{ij}^1 : Coefficients de rigidité de la peau inférieure

A_{ij}^2, C_{ij}^2 : Coefficients des rigidités de la peau supérieure

b : Largeur de la poutre

C_{ij}^a : Coefficients de cisaillements transverses transformés de l'âme

$[D^*]$: La matrice inverse de la matrice $[D]$

E_L : Module d'young longitudinal GPA

E_T : Module d'young transversal GPA

e_k : épaisseur de la couche k MM mm

$F(x)$: Fonction objectif (coût), Fitness.

$[F^*]$: La matrice inverse de la matrice $[F]$

G_{LT} : Module de cisaillement longitudinal GPA

h : Épaisseur de l'âme mm

h_1 : Épaisseur de la peau inférieure mm

h_2 : Épaisseur de la peau supérieure mm

K : Courbure

k : Nombre des couches

L : Longueur de la poutre m

$[M]$: Moment de flexion $N.m$

$[N]$: Résultante par unité de longueur $N.m$

N : Nombre d'individus

N_k : Meilleurs individus

n_1 : Nombre des couches de la peau inférieure

n_2 : Nombre des couches de la peau supérieure

P : La charge totale N

P_c : La charge totale en compression N

$[Q]$: La matrice des rigidités réduites

$[Q']$: La matrice des rigidités réduites transformées

S : Contrainte à la rupture en cisaillement MPa

tn : Nombre de la génération maximale

X : Contrainte à la rupture suivant l'axe longitudinal en compression et en traction MPa

(x, y, z) : Axes de référence du stratifié

Y : Contrainte à la rupture suivant l'axe transversal en compression et en traction MPa

Symboles grecs

ε : Déformation

γ : Déformations en cisaillement

V_f : Fraction volumique

ν_{LT} : Coefficient de poisson

ρ_c : Masse volumique Kg/m³

θ_k : L'orientation des plis

1. Introduction

La connaissance du comportement à la rupture des matériaux sandwichs, notamment l'étude des processus qui y mènent est très importante du fait de l'utilisation croissante de ces matériaux dans des conditions de plus en plus sévères. Parmi les travaux qui ont traité l'endommagement et la rupture des matériaux sandwichs, nous n'avons considéré que certains d'entre eux ayant conduit à des résultats importants. Okoda et Kortschot [1] ont montré le rôle des filets de la résine sur l'absorption de l'énergie lors de la dégradation de l'adhésive d'une structure sandwich. Des études expérimentales et analytiques ont été effectuées par Gates et al [2] pour montrer l'influence de la température sur la décohésion d'âmes en nids d'abeilles et les peaux de structures sandwichs. Des cartes d'échecs ont été effectuées dans les références [3-6], pour analyser les modes de rupture des structures sandwichs travaillant en flexion trois points. Les différents résultats obtenus montrent que le mode de rupture dépend de la nature du matériau des revêtements et de l'âme ainsi que de la géométrie de la structure sandwich. Assarar et al [7] ont étudié l'influence de l'épaisseur de l'âme sur le comportement en fatigue des structures sandwichs chargées en flexion. Leur travail est basé sur le choix d'un critère N_{10} correspondant à une réduction de 10% de la rigidité par rapport à sa valeur initiale pour représenter les courbes de Wöhler de ces matériaux. Ils ont montré que pour un niveau de chargement donné, la durée de vie du sandwich diminuera au fur et à mesure que l'épaisseur de l'âme augmente. Mines [8] a étudié les comportements statique et à l'impact des poutres sandwichs avec divers types de peaux composites renforcées par des fibres d'aramides, de carbone, mat de verre et tissu de verre textile avec résine époxyde ou polyester. Deux types de matériaux d'âmes ont été utilisés : nid d'abeille en aluminium et mousse. Quatre mécanismes de rupture ont été identifiés dont le premier correspond à la rupture en compression de la peau supérieure suivie soit par un écrasement de l'âme soit par sa rupture en cisaillement.

L'objectif majeur de cette étude est de contribuer à l'optimisation de la rupture et de l'endommagement de poutres sandwichs en flexion trois points à différents matériaux de revêtements. Une méthode stochastique d'optimisation est appliquée pour localiser l'optimum d'une fonction dans l'espace des paramètres sans avoir recours aux dérivées de la fonction par rapport à ces paramètres. Dans ce cas, le nombre de plis des structures étudiées et leurs épaisseurs sont considérés fixes et en revanche, les orientations des plis sont variables. Leur principe consiste à travailler avec un ensemble des solutions, puis à faire évoluer au moyen des règles heuristiques et probabilistes dont on a retenu pour notre étude les algorithmes génétiques.

2. Comportement en flexion des poutres sandwichs

Le comportement mécanique élastique d'une structure constituée de matériaux sandwichs est généralement analysé par la théorie des plaques sandwichs ; cette dernière est dérivée de la théorie des stratifiés prenant en compte le cisaillement transverse qui est basée sur une évaluation des champs des déplacements qui considère qu'une normale au plan moyen d'un stratifié reste droite et de longueur constante lors de la déformation. La théorie des plaques sandwichs considère que seule l'âme du matériau sandwich est soumise à une déformation en cisaillement transverse. La théorie des stratifiés avec cisaillement transverse et la théorie des plaques sandwichs sont les outils qui peuvent être utilisés usuellement pour analyser le comportement élastique des structures en matériaux sandwichs [9].

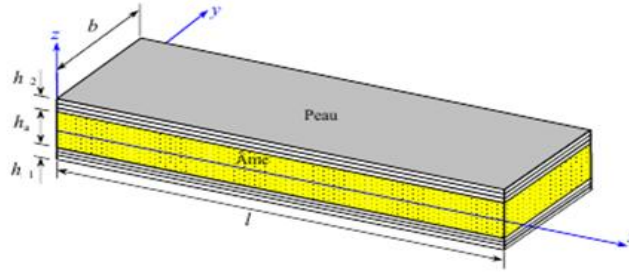


Figure 1: Schématisation d'une poutre sandwich

L'équation constitutive de la loi de comportement globale de toute la structure sandwich :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ C_{11} & C_{12} & C_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{44} & F_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{45} & F_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \\ \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} \quad (1)$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_{ij} &= A_{ij}^1 + A_{ij}^2 \\ B_{ij} &= \frac{h}{2} (A_{ij}^2 - A_{ij}^1) \\ C_{ij} &= C_{ij}^1 + C_{ij}^2 \\ D_{ij} &= \frac{h}{2} (C_{ij}^2 - C_{ij}^1) \end{aligned} \quad (2)$$

$$A_{ij}^1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{-\frac{h}{2}+h_1} (Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_1} \int_{h_{k-1}}^{h_k} (Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_1} (Q'_{ij})_k e_k$$

$$C_{ij}^1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{-\frac{h}{2}+h_1} z (Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_1} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z (Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_1} (Q'_{ij})_k e_k z_k$$

$$A_{ij}^2 = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_2} (Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} (Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_2} (Q'_{ij})_k e_k$$

(3)

$$C_{ij}^2 = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_2} z (Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z (Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_2} (Q'_{ij})_k e_k z_k$$

Et :

$$F_{ij} = h C_{ij}^a \quad (4)$$

Dans le cas d'une poutre en flexion trois points la symétrie du problème conduit à ne considérer qu'une moitié de la poutre :

Les contraintes sont maximales pour $x = L/2$ en particulier la contrainte normale σ_{xx}^k égale à :

$$\sigma_{xx}^k = \pm \frac{PhL}{8b} D_{11}^* (Q_{11}^k) \quad (5)$$

Dans ce travail, nous considérons le cas des poutres de longueur $L = 180$ mm et de largeur $b = 50$ mm, constituées de deux peaux identiques d'épaisseur $h_1 = h_2 = 3$ mm. Ces revêtements sont des composites stratifiés de six plis à fibres unidirectionnelles: carbone /époxyde, kevlar /époxyde, verre /époxyde renforcés à 60% de leurs volumes. Leurs caractéristiques mécaniques sont données dans le tableau 1.

Tableau 1 : Caractéristiques mécaniques mesurées sur divers composites à matrice époxyde [9].

Caractéristiques mécaniques	Unit é	Verr e E	Carbone HR	Kevlar 49
V_f	—	0.6	0.6	0.6
ρ_c	Kg/m ³	2040	1550	1370
E_L	GPA	46	159	84
E_T	GPA	10	14.3	5.6
G_{LT}	GPA	4.6	4.8	2.1
ν_{LT}	—	0.31	0.32	0.34

3. Mode de rupture des peaux en compression des poutres sandwiches chargées en flexion trois points

Malgré les propriétés mécaniques excellentes des sandwichs, il reste difficile d'appréhender les modes complexes d'endommagement résultants, les moyens de fabrication et de mise en œuvre de ce type de matériau. D'autre part, la rupture des revêtements des structures sandwiches présente l'endommagement le plus souvent rencontré.

Le mode de rupture des peaux en compression s'agit du cas où les contraintes normales dans les peaux σ_{xx}^k (σ_f) des poutres sandwiches chargées en flexion trois points sont supérieures ou égales aux contraintes ultimes en compression σ_{xu}^c régnant dans les matériaux constituant les peaux (figure 2).

$$\sigma_{xx}^k \geq \sigma_{xu}^c \quad (6)$$



Figure 2 : Rupture des peaux en compression d'une poutre sandwich

Les contraintes dans chaque couche composant les revêtements, supérieure et inférieure, sont calculées en respectant le critère de la contrainte maximale. Le tableau 2 résume les caractéristiques à la rupture mesurées sur divers composites à matrice époxyde.

Tableau 2 : Caractéristiques à la rupture mesurées sur divers composites à matrice époxyde et à 60% de teneur en volume [9].

Caractéristiques mécaniques	Verre E	Carbone HR	Kevlar 49
X_t (Mpa)	1400	1380	1400
X_C (Mpa)	910	1430	280
Y_t (Mpa)	35	40	15
Y_C (Mpa)	110	240	50
S (Mpa)	70	70	35

4. Effet de l'orientation des fibres sur la rupture des peaux en compression

Afin d'étudier l'influence de la nature du matériau des fibres sur la résistance en flexion trois points des poutres sandwiches on a représenté sur la figure 3 la variation de la charge à la rupture de structures à différents matériaux de revêtements en fonction de l'orientation des fibres en mode de rupture des peaux en compression.

La figure 3, montre que pour les orientations des fibres comprises entre 0° et 5°, et entre 64° et 90°, le matériau sandwich à revêtements carbone/époxyde apparaît plus performant en compression que les deux autres matériaux. C'est la nature du matériau de la fibre de carbone qui a provoqué cette élévation de résistance en compression en entraînant l'augmentation de la durée de vie de la structure sandwich. Les orientations des fibres comprises entre 16° et 63° améliorent la performance en compression de la structure sandwich à revêtements verre /époxyde par rapport aux deux autres matériaux. La poutre sandwich à revêtements kevlar /époxyde est constatée plus fragile à cause de la faible résistance en compression de la fibre aramide.

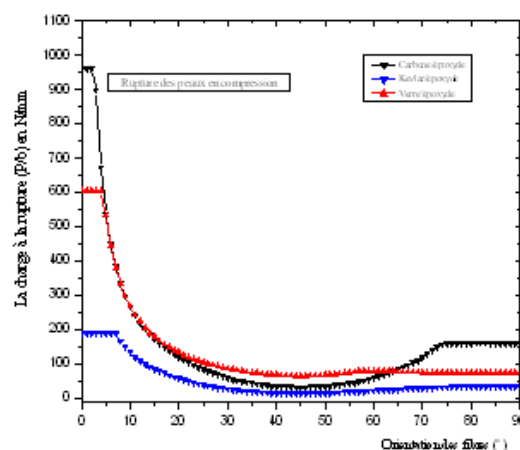


Figure 3 : Variation de la charge de rupture en fonction de l'orientation des fibres de poutres sandwiches à différents matériaux de revêtements d'empilements $[+\theta/-\theta]_{3s}$ chargées en flexion trois points sous mode de rupture en compression et à $x = L/2$

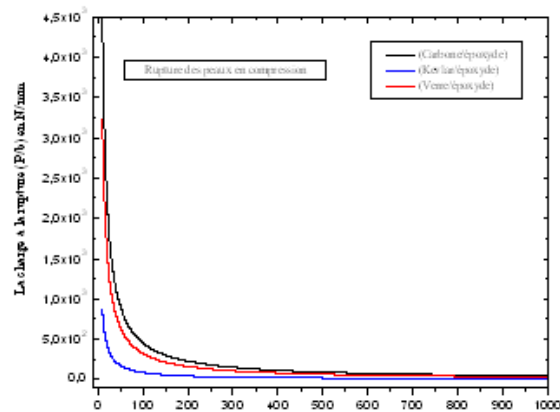


Figure 4 : Variation de la charge de rupture de poutres sandwiches à différentes longueurs travaillant en flexion trois points et à différents matériaux de revêtements d'empilements $[0^\circ/90^\circ]_{3s}$ sous mode de rupture en compression

Afin d'étudier l'influence de la nature du matériau des revêtements d'empilements $[0^\circ/90^\circ]_{3s}$ sur la performance de la structure sandwich, on a présenté sur la figure 4, la variation de la charge à la rupture en mode de compression lorsque les poutres sandwiches sont chargées en flexion trois points. La figure 4 confirme l'influence de la nature du matériau constituant la fibre renforçant les revêtements sur la performance de la poutre sandwich chargée en flexion trois points. C'est le matériau carbone/époxyde qui se caractérise par sa haute résistance en compression comparée à celle du kevlar/époxyde.

La figure 5 résume l'effet de la nature du matériau des revêtements $[+45^\circ/-45^\circ]_{3s}$ sur la charge à la rupture en modes de compression des poutres sandwiches de différentes longueurs. Les différents résultats obtenus montrent que le matériau sandwich à revêtements en verre / époxyde est plus performant que les deux autres types matériaux et que le kevlar /époxyde est toujours le moins résistant en mode de rupture des peaux compression.

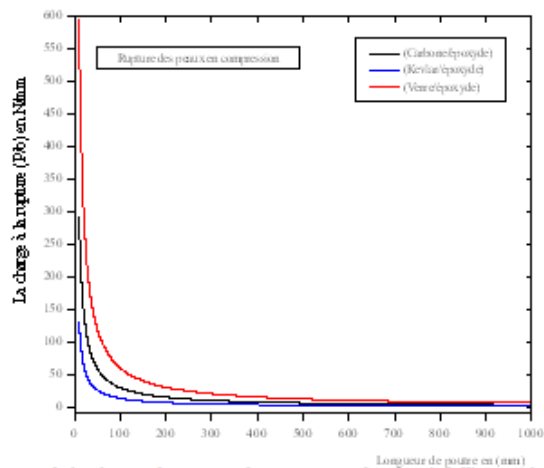


Figure 5 : Variation de la charge de rupture de poutres sandwiches à différentes longueurs travaillant en flexion trois points et à différents matériaux de revêtements d'empilements $[+45^\circ/-45^\circ]_{3s}$ sous mode de rupture en compression

5. Optimisation de la rupture des poutres sandwichs par la méthode des algorithmes génétiques

Cette étude porte donc sur l'optimisation de la rupture de structures sandwichs à revêtements composites stratifiés. Un code de calcul d'optimisation est développé avec le logiciel **MATLAB** en se basant sur la méthode des algorithmes génétiques et la théorie classique des stratifiés en tenant compte de l'effet du cisaillement transverse.

L'optimisation correspond à la maximisation de la charge à la rupture en mode de rupture des peaux en compression P_c .

Maximiser $P_c = F(x)$

En changeant : l'orientation de six plis (θ_k)

Symétrie de la structure sandwiche

Sous les contraintes : En respectant les critères de la théorie de la contrainte maximale en compression

Les paramètres de l'algorithme génétique utilisés lors de la génération des résultats sont donnés par :

Tableau 3 : Paramètres de l'algorithme génétique

N	N_k	Croisement	Mutation	Critère d'arrêt
		X2P	Simple	t_n
20	5	1,00	0.2	100

La figure 6 illustre les étapes définissant la procédure d'optimisation par l'algorithme génétique. Tout d'abord, une population initiale est créée aléatoirement. Ensuite, ces individus sont évalués puis classés selon un indice de performance. Parmi les meilleurs, certains sont sélectionnés pour former un ensemble de parents. Grâce à un opérateur de reproduction, des enfants sont issus du groupe de parents. Après avoir créé et modifié l'ensemble d'enfants, la performance de ceux-ci est évaluée afin de comparer leur degré de performance par rapport au reste de la population et pour guider la construction de la nouvelle génération, c'est ainsi qu'une nouvelle population, possédant une partie des meilleures caractéristiques des générations précédentes, est créée. Ce processus se répète à partir de cette nouvelle génération jusqu'à ce que soit atteint le critère d'arrêt défini au départ.

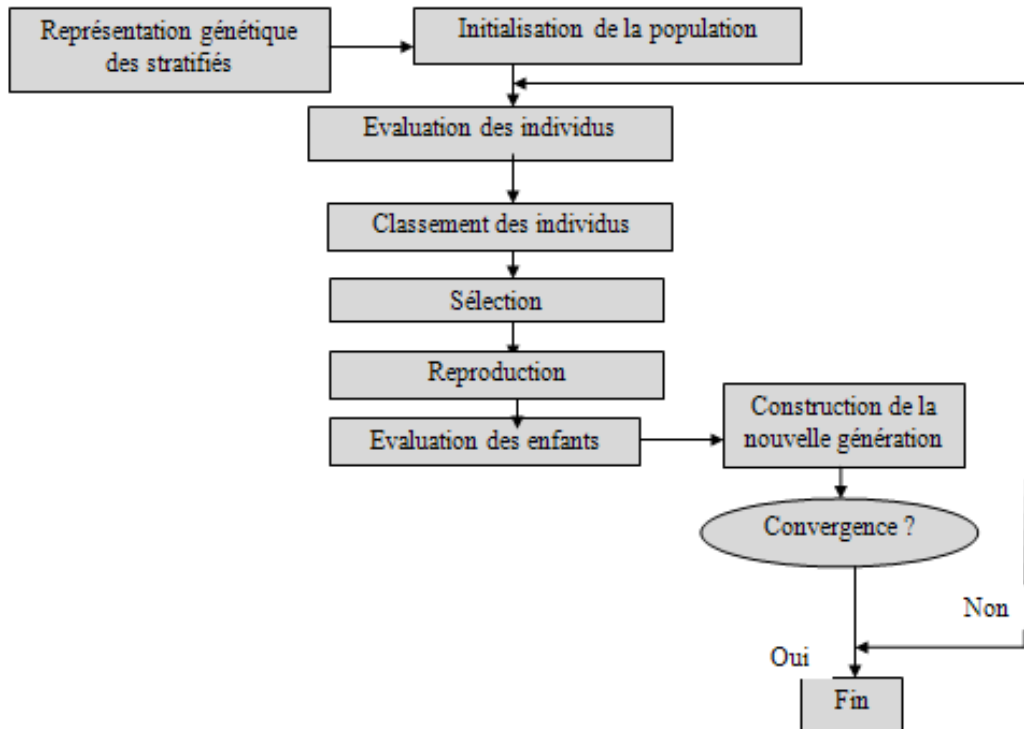


Figure 6 : Structure de l'algorithme génétique

La figure 7, résume la variation de la charge à la rupture maximale des poutres sandwiches à différents matériaux de revêtements en mode de rupture en compression. L'analyse des résultats obtenus montre, que pour les 10 premières générations le sandwich à revêtements carbone/époxyde apparait avoir une performance sensiblement plus élevée en compression que les deux autres matériaux. A partir de la 11^{ème} génération, la fonction coût dévient similaire pour les matériaux sandwichs à revêtements en carbone/époxyde et en verre/époxyde jusqu'au 55^{ème} génération. Au delà, la charge à la rupture des poutres sandwiches à revêtements carbone/époxyde devient plus importante.

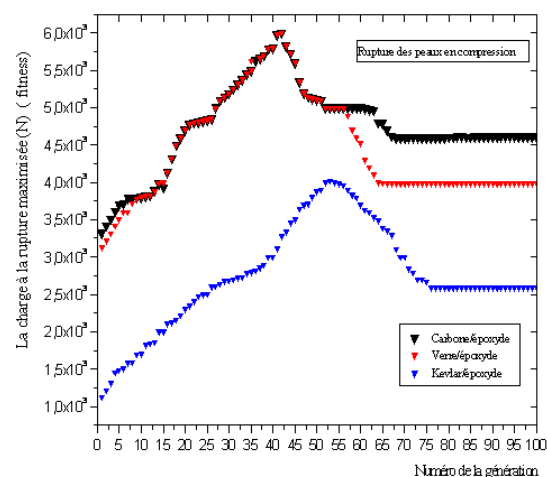


Figure 7: Variation de la charge de rupture de poutres sandwiches travaillant en flexion trois points sous mode de rupture en compression à différents matériaux de revêtements durant 100 générations

Durant l'évolution des 100 générations, le matériau sandwich à revêtements kevlar/époxyde est le moins résistant. Les faibles valeurs de la fonction objectif du kevlar /époxyde par rapport aux deux autres matériaux confirment la mauvaise performance en compression.

On peut conclure que le carbone /époxyde et le matériau de revêtements optimal qui résiste mieux en compression lors du chargement en flexion trois points de la poutre sandwich. Ce qui est confirmé par les résultats obtenus par la méthode des algorithmes génétiques qui donne une valeur optimale à empilements de fibres de carbone à $[0^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ/90^\circ/+45^\circ]$.

6. Conclusion

L'adoption de caractéristiques mécaniques sur mesure est assurée par un choix adéquat de la disposition des plis composants et l'orientation des fibres renforçant les revêtements responsables de la résistance des poutres sandwich.

L'objectif primordial de notre travail est de rechercher analytiquement les charges critiques des poutres sandwich à différents matériaux de revêtements d'empilements $[+\theta^\circ / -\theta^\circ]_{3s}$, $[0^\circ / 90^\circ]_{3s}$ et $[+45^\circ / -45^\circ]_{3s}$. Durant toute notre étude, on a pris en compte l'effet du cisaillement transverse en mode de rupture des peaux en compression. Pour améliorer les performances des structures sandwich considérées on a établi un programme informatique sur l'optimisation basé sur les algorithmes génétiques. Il est destiné pour la résolution des problèmes de rupture des peaux en mode de compression lorsque les poutres sont chargées en flexion trois points dont les orientations des fibres utilisés $+45^\circ$, -45° , 90° , 0° varient en variables discrètes. Après plusieurs combinaisons, on a trouvé que le nombre des générations a une très grande influence sur la recherche de la solution optimale. L'algorithme génétique donne des bons résultats pour résoudre les problèmes d'optimisation en mode de rupture des peaux en compression et le programme d'optimisation converge vers leurs valeurs optimales dans les cas étudiés.

Références

1. Ryo .Okada, MT. Kortschot, The role of the resin fillet in the delamination of honeycomb sandwich structures, *Composites Science and Technology*. 62(2002) 1811-1819.
2. T .Gates, Su. Xiaofeng, A .Frank, O .Gregory, Face sheet delamination of composite sandwich materials at cryogenic temperatures, *Composites Science and Technology*. 66(2006) 2423 – 2435.
3. EE .Gdoutos, IM .Daniel, Failure modes of composite sandwich beams, *Theoretical and Applied Mechanics*, 35,1 (2008) 105-118.
4. S. Craig, F. Norman, Material selection in sandwich beam construction", *Scripta Materiala*, 50 (2004) 1335–1339,
5. S. Craig, F. Norman, Collapse mechanisms of sandwich beams with composite faces and a foam core loaded in three point bending Part I : analytical models and minimum weight design, *International Journal of Mechanical Sciences* 46(2004) 561- 583.
6. S. Craig, F. Norman, Collapse mechanisms of sandwich beams with composite faces and a foam core loaded in three point bending Part II: experimental investigation and numerical modeling, *International Journal of Mechanical Sciences*, 46 (2004) 585–608.
7. M. Assarar, A. El Mahi, M. Khawar, M. Farooq, JM. Berthelot, Comportement en flexion des poutres en matériaux sandwichs, *Mécanique et Industries*, 6(2006) 589 – 593.
8. RAW. Mines, Static and impact behaviour of polymer composite sandwich beams, *Composites Structures*, 25(1994), 95-110.
9. JM. Berthelot, *Matériaux composites , comportement mécanique et analyse des structures*, Masson, Paris (1993).