

Analyse des champs cinématiques au voisinage de la pointe de fissure en présence de plasticité étendue : comparaison expérimentation, modélisation et théorie

Mohand BERDJANE¹, Arnaud GERMANEAU¹, Stephen HEDAN², Valéry VALLE¹.

¹Institut Pprime, Département GMSC, Axe PEM (Photomechanics and Experimental Mechanics)
Université de Poitiers

²IC2MP, UMR7285, Université de Poitiers, France

* auteur correspondant : mohand.berdjane@univ-poitiers.fr

Résumé - L'étude des champs cinématiques au voisinage de la pointe de fissure en présence de plasticité étendue a été réalisée sur une éprouvette SEN (Single-Edge-Notch) en Polyéthylène basse densité. L'essai de fissuration est analysé par CIN (Corrélation d'Images Numériques) afin de déterminer les champs de déplacements et de déformations expérimentaux au voisinage de la pointe de fissure. Parallèlement une modélisation par éléments finis est développée avec le code Cast3m afin de comparer les résultats numériques et expérimentaux et valider le modèle. Il s'en suit une estimation comparative de la morphologie et de l'étendue de la zone plastique au voisinage de la pointe entre théorie, expérience et modélisation numérique.

Mots Clés : Fissuration, Plasticité, Corrélation d'images numériques, Modélisation numérique

1. Introduction

Toutes les constructions mécaniques, les ouvrages, ensembles mécaniques, peuvent voir apparaître des défauts au cours de leur fonctionnement et de leur chargement. Ces défauts peuvent être de la plasticité, du flambage ou des fissures qui peuvent croître, se propager et conduire à la ruine de la structure, d'où la nécessité d'une analyse fine afin de prédire le comportement de la structure en présence de fissures. La mécanique de la rupture propose différents critères et grandeurs mécaniques qui permettent de déterminer les champs mécaniques au voisinage de la fissure afin d'en décrire le comportement ainsi que l'éventuelle évolution. En mécanique linéaire de la rupture, les Facteurs d'Intensité de Contraintes (FIC) sont proposés pour déterminer l'état de contrainte au voisinage la pointe de fissure. Pour la rupture ductile, l'analyse des champs mécaniques s'avère plus complexe, des critères tels que le CTOD (Crack Tip Opening Displacement) sont proposés pour étudier les fissures sous chargements quasi-statique et cyclique [1]. Rice prend en compte l'évolution de l'énergie potentielle induite par la fissure pour décrire le comportement non linéaire et propose l'intégrale de contour J (l'intégrale J de Rice)[2] et les champs asymptotiques en pointe de fissure établis par Hutchinson Rice et Rosengreen, appelés champs HRR [3][4], qui décrivent la répartition des contraintes dans la zone plastifiée. La concentration de contraintes en pointe de fissure crée une plastification locale. Dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, la taille de cette zone reste petite par rapport à la longueur de la fissure et aux dimensions de la structure. Lorsque c'est le cas, on peut continuer à utiliser les concepts de la mécanique linéaire de la rupture et on parle de plasticité confinée. Plusieurs modèles proposent de déterminer la taille de la zone plastique en pointe de fissure comme par exemple celui d'Irwin [5].

Le développement des méthodes de mesure de champs permet d'accéder expérimentalement aux grandeurs cinématiques qui permettent d'évaluer les critères cités. Parmi les méthodes de mesure de

champs, la Corrélation d'Images Numériques (CIN) apparaît comme une méthode intéressante à bien des égards pour un mécanicien des solides, elle est facile à mettre en œuvre, rapide, sensible, précise et dotée d'une bonne résolution spatiale. Elle permet d'accéder directement aux champs de déplacements puis, par dérivation, aux champs de déformations. La CIN est utilisée pour analyser les champs mécaniques en présence de fissures pour des matériaux homogènes et hétérogènes en présence de petits et grands déplacements [6][7][8][9]. Les évolutions récentes de la CIN permettent de prendre en compte les discontinuités dans les champs cinématiques en enrichissant le processus standard de la CIN par une ou plusieurs fonctions de Heaviside (HDIC) [10].

On propose ici une comparaison des champs cinématiques obtenus expérimentalement par CIN et les résultats obtenus avec un modèle éléments finis, pour un essai de fissuration en mode d'ouverture (mode I) en présence d'une plasticité étendue. On se propose aussi d'évaluer la morphologie de la zone de plasticité en utilisant ces deux méthodes et de la comparer à celles prédites par les travaux d'Irwin, et par la théorie 2D en contraintes planes.

2. Expérimentations

2.1. Caractérisation du matériau

Le matériau étudié est un polymère thermoplastique, le Polyéthylène basse densité (PEBD) présentant un large domaine plastique et une faible rigidité. Celui-ci permet une mesure expérimentale aisée des déformations et des comparaisons plus pertinentes avec les données numériques.

Afin d'identifier la loi de comportement du matériau, un essai de traction simple et un essai de traction cyclique ont été réalisés. Pour ces essais, la force de chargement est contrôlée par un capteur tandis que les déplacements et les déformations ont été mesurées sur la surface de l'échantillon par suivi de marqueurs [11]. La figure 1 montre l'évolution des déformations longitudinales et transversales en fonction de la contrainte appliquée (σ) en traction simple. On note une zone plastique importante qui est initiée pour une déformation de 0,06.

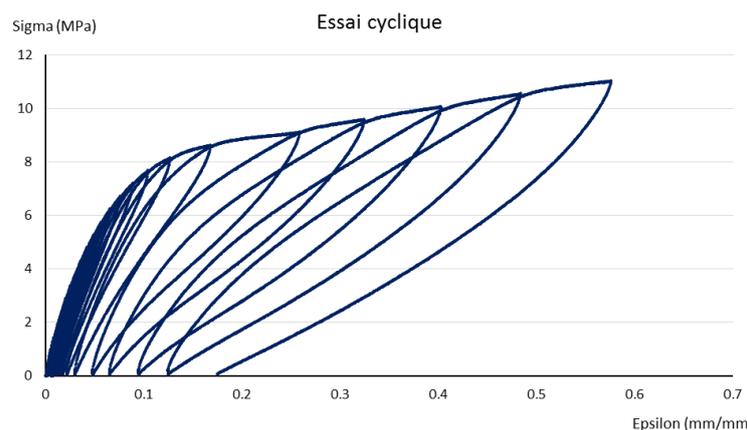


Figure 1. Courbe contraintes/déformations de l'essai cyclique

A partir des essais de traction, on détermine les valeurs du module d'Young, du coefficient de Poisson, de la contrainte limite élastique σ_y et la déformation correspondante ε_y :

$$E = 154 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0,43$$

$$\sigma_y = 6,45 \text{ MPa} \quad \varepsilon_y = 0,06$$

La partie plastique de la loi de comportement du matériau peut être approchée par une loi puissance, Hollomon :

$$\sigma = K\varepsilon^n \quad n < 1 \quad (1).$$

Où les coefficients K et n peuvent être identifiés à partir des essais expérimentaux, ainsi :

$$\sigma = 12,45\varepsilon^{0,2536}$$

Cette loi de comportement a été implémentée dans la modélisation par éléments finis.

2.2. Essai de fissuration

L'essai de fissuration est réalisé sur une éprouvette entaillée de type SEN (Single Edge Notch) de 3 mm d'épaisseur, chargé en mode I (mode d'ouverture) avec un chargement quasi-statique (1 mm/min) ce qui équivaut à un chargement de 180 N/min. La charge est portée jusqu'à 380 N. L'analyse est faite sur l'état final et 5 états intermédiaires.

Le dispositif expérimental est composé d'une machine de traction d'une capacité de chargement maxi de 5 kN et d'une caméra CCD (1280 x 1024 pixels). La zone d'étude autour de la pointe de fissure, est de 34,5 x 26 mm², avec un grandissement de 0,039 mm/pixel. Un mouchetis a été déposé sur la surface de l'éprouvette (Figure 2) afin de mesurer les champs de déplacements et de déformations par CIN.

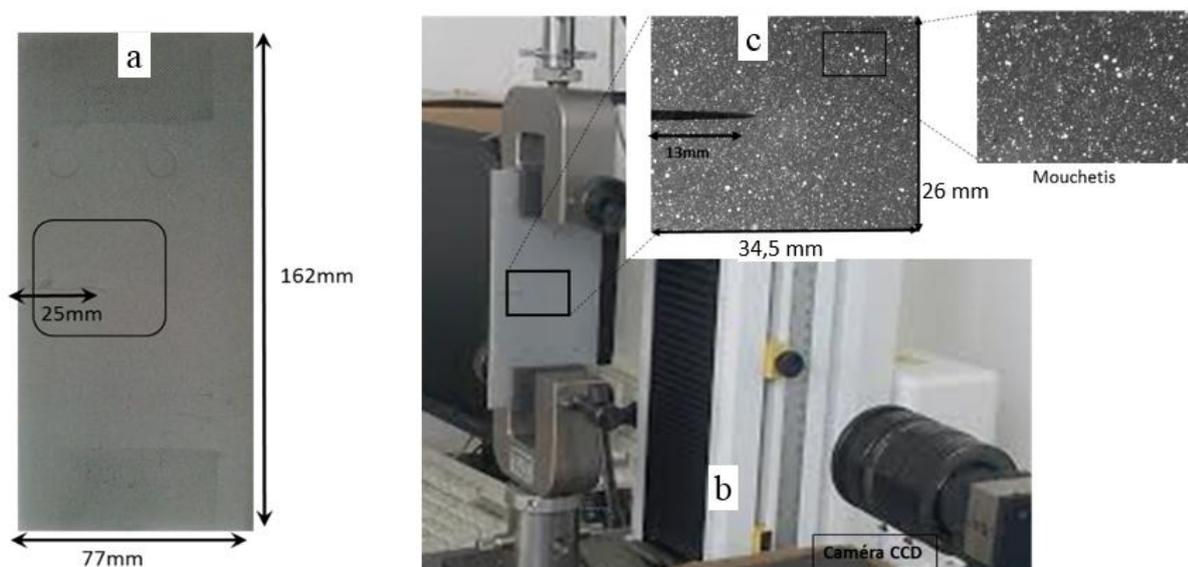


Figure 2. Dispositif expérimental : (a) Plaque fissurée recouverte d'un mouchetis ; (b) Dispositif de traction avec suivi par caméra CCD ; (c) Zone de mesure

2.3. Analyse par Corrélation d'Images Numériques (CIN)

L'objectif de la corrélation est de déterminer les champs de déplacements entre deux états mécaniques (un état de référence et un état déformé) par comparaison des niveaux de gris des images acquises durant l'essai. Une grille de points de mesure est établie à l'image initiale et un domaine est défini et centré en chacun de ces points. Le principe de la corrélation consiste à

rechercher dans l'image finale le domaine correspondant à celui issu de l'image initiale. La différence des positions des centres des deux domaines donne le déplacement recherché.

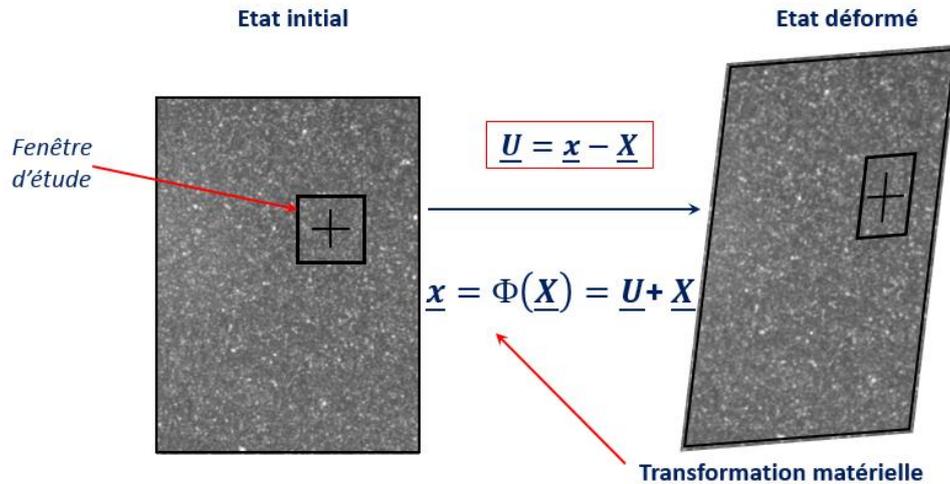


Figure 3 : Schéma de principe de la corrélation d'images.

Comme l'objet observé se déforme, la transformation matérielle à approcher entre l'état initial et l'état déformé ne se limite pas à une simple translation de solide rigide, mais à une transformation plus complexe qui s'exprime par la série de Taylor suivante [7]:

$$\phi_0(\underline{X}) = \underline{X} + \underline{U}(\underline{X}_0) + \frac{\partial \underline{U}(\underline{X}_0)}{\partial \underline{X}} (\underline{X} - \underline{X}_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \underline{U}(\underline{X}_0)}{\partial \underline{X}^2} (\underline{X} - \underline{X}_0)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \frac{\partial^n \underline{U}(\underline{X}_0)}{\partial \underline{X}^n} (\underline{X} - \underline{X}_0)^n \quad (2)$$

L'approche standard de la CIN ne retient généralement que les 3 premiers termes de cette expression, ce qui traduit la prise en compte d'un déplacement de solide rigide et des premiers gradients de déplacement. Or cette représentation se base sur deux hypothèses fortes : la première est que la déformation est homogène sur tout le domaine et la seconde, que celui-ci est continu. Or en mécanique de la rupture, cette représentation ne peut pas s'appliquer. Un développement récent de la CIN, la « Heaviside based DIC » ou H-DIC [10] permet de s'affranchir de ces deux hypothèses. Le champ de déplacement devient :

$$\phi_0(\underline{X}) = \underline{X} + \underline{U}(\underline{X}_0) + \frac{\partial \underline{U}(\underline{X}_0)}{\partial \underline{X}} (\underline{X} - \underline{X}_0) + \underline{U}'(\underline{X}_0) \cdot \underline{H}(\underline{X}_0) \quad (3)$$

Où H est une fonction de Heaviside autorisant la présence d'une discontinuité \underline{U}' dans le domaine.

Une étude sur l'erreur de mesure a été effectuée, sur la même éprouvette SEN. En appliquant un déplacement de solide rigide allant de 0 à 1 pixel avec un incrément de 0.1 pixel, l'erreur de mesure associée à ce mouchetis a été déterminée avec la moyenne de déplacement sur 10000 points de mesure. La figure 6 représente l'évolution de cette erreur ainsi que l'écart type en fonction du déplacement de solide rigide imposé. L'erreur systématique évolue autour de ± 0.03 pixel ce qui correspond à $\pm 1.2 \mu\text{m}$.

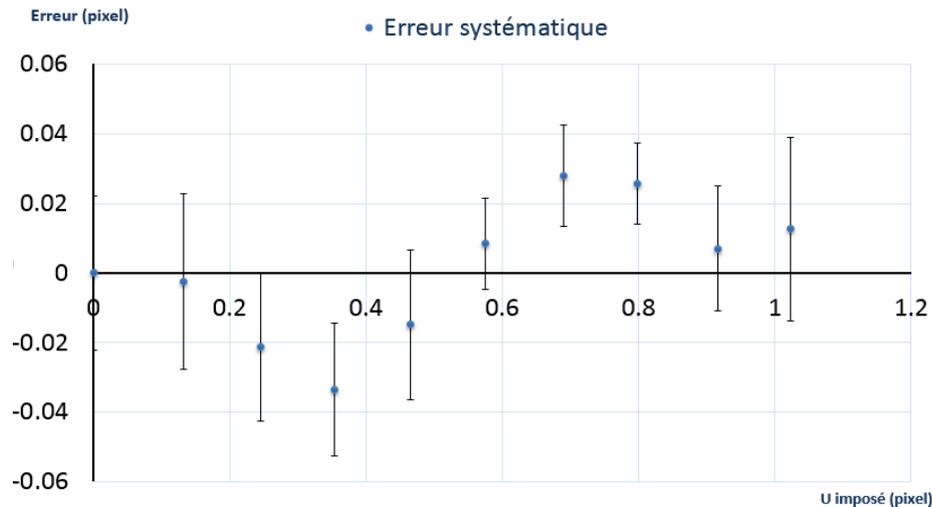


Figure 6. Evolution de l'erreur systématique pour un déplacement de solide rigide de 0 à 1 pixel

3. Modélisation numérique

Un modèle numérique par éléments finis a été établi avec le logiciel Cast3m pour modéliser une éprouvette de type SEN ayant des dimensions géométriques égales à celles de l'éprouvette expérimentale et utilisant les caractéristiques mécaniques identifiées par les essais de traction. La prise en compte de la plasticité a été effectuée aux moyens d'une loi de comportement élastique plastique isotrope et de la courbe contrainte-déformation. Pour des raisons de symétries, un quart de l'éprouvette a été modélisé et les conditions aux limites ont donc été adaptées comme indiquées sur la figure 4. Pour mailler la zone proche de la pointe de fissure, un maillage rayonnant centré en pointe de fissure avec un rayon égal à la longueur de la fissure (Figure 4) a été utilisé. Les éléments du maillage sont des CUB8 à 8 points d'intégration.

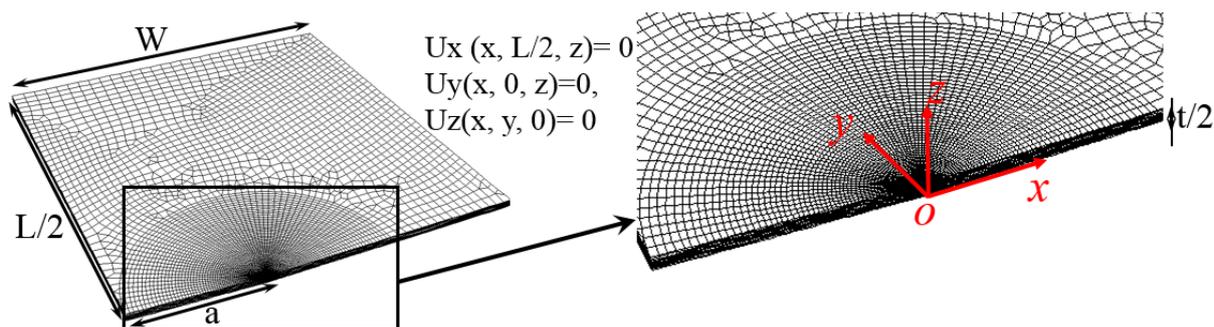


Figure 4. Modèle éléments finis avec maillage rayonnant

4. Résultats

4.1. Validation du modèle numérique

Les champs de déplacements et de déformations numériques et expérimentaux ont été comparés afin de valider le modèle numérique.

La figure 5 montre les composantes du gradient de déplacement pour un état de chargement de $U_y = 2,34$ mm en déplacement imposé correspondant à une charge de 380 N. Les champs

expérimentaux des gradients de déplacements ont été obtenus par différences finies pour un pas égal à 1 pixel (distance entre deux sous-domaines voisins) et un incrément de 4x4 pixels (taille de la zone de calcul des déformations). Les champs obtenus avec le modèle EF correspondent bien à ceux obtenus expérimentalement en termes de répartition spatiale et d'intensité des gradients. Cette bonne corrélation montre bien la validité du modèle numérique.

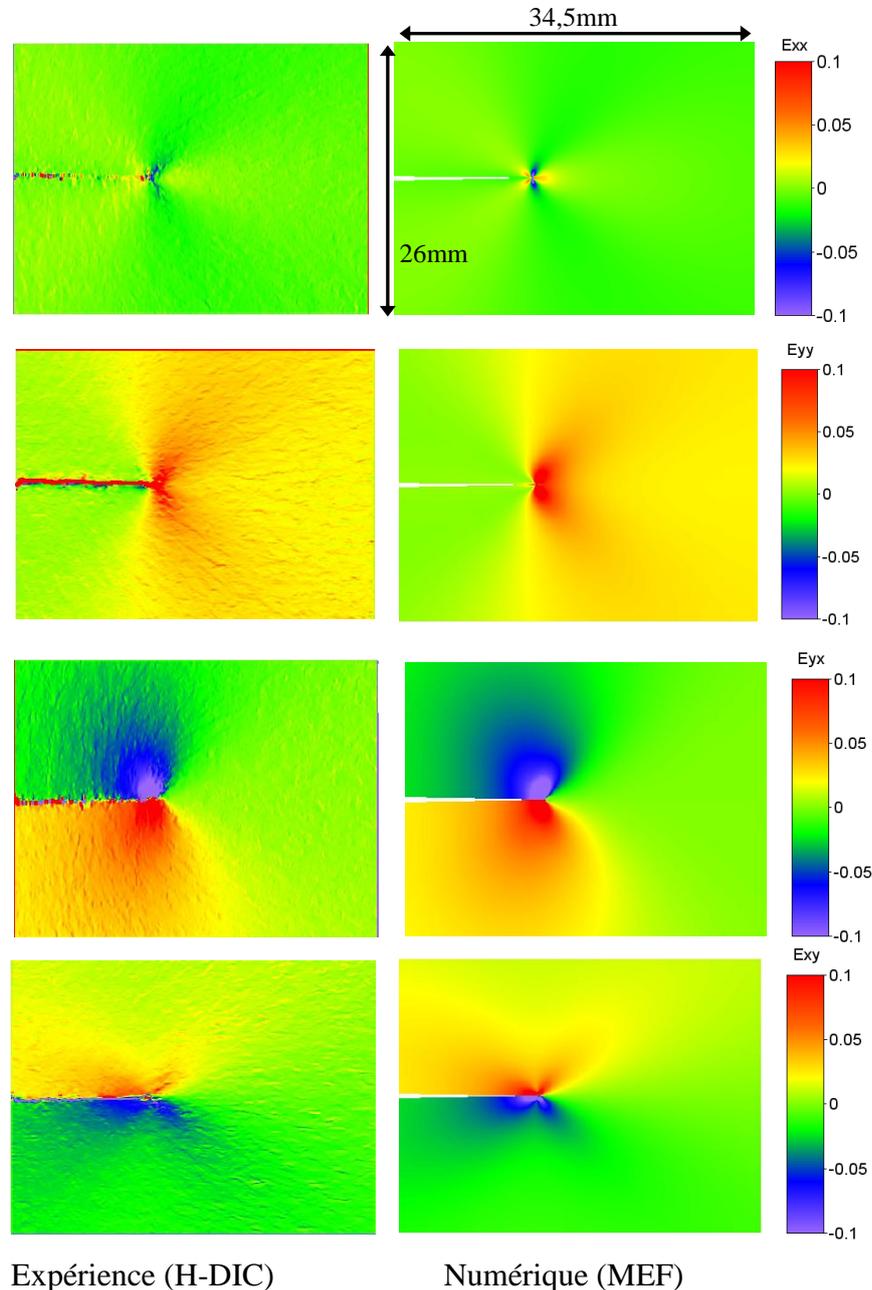


Figure 5. Champs des gradients de déplacements sous un chargement de 380 N ($v = 2.34$ mm)

4.2. Evaluation de la plasticité au voisinage de la pointe de fissure

Lorsque la taille de la zone plastique n'est pas négligeable devant la longueur de la fissure ou du ligament, on s'inscrit dans ce cas dans le cadre de la mécanique de la rupture à comportement non linéaire. La zone d'élasticité définie en élasticité linéaire est remplacée par un champ de déformation qui dépend de la limite d'élasticité en cisaillement et de l'orientation par rapport à l'axe de la fissure (champ de Prandtl). A la pointe de la fissure, l'émoussement et le champ de

Prandtl conduit à des contraintes finies [12]. Afin de déterminer les déformations « seuil » qui indiquent le passage du domaine élastique au domaine plastique on utilisera le critère de Tresca [13] en déformation (équation 5.1) ce qui permettra d'estimer la morphologie de la zone plastique (la forme et la taille) pour les champs numériques et expérimentaux. On se propose de comparer ce critère au développement d'Irwin [5] (équation 5) et à la théorie 2D dans le cadre des contraintes planes avec le critère de Tresca (équation 6) :

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})^2 - 4 \cdot (\varepsilon_{xx} \cdot \varepsilon_{yy} - \left(\frac{\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yx}}{2}\right)^2)} \quad (4)$$

$$r_p = \frac{K_I^2}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_y^2} \quad (5)$$

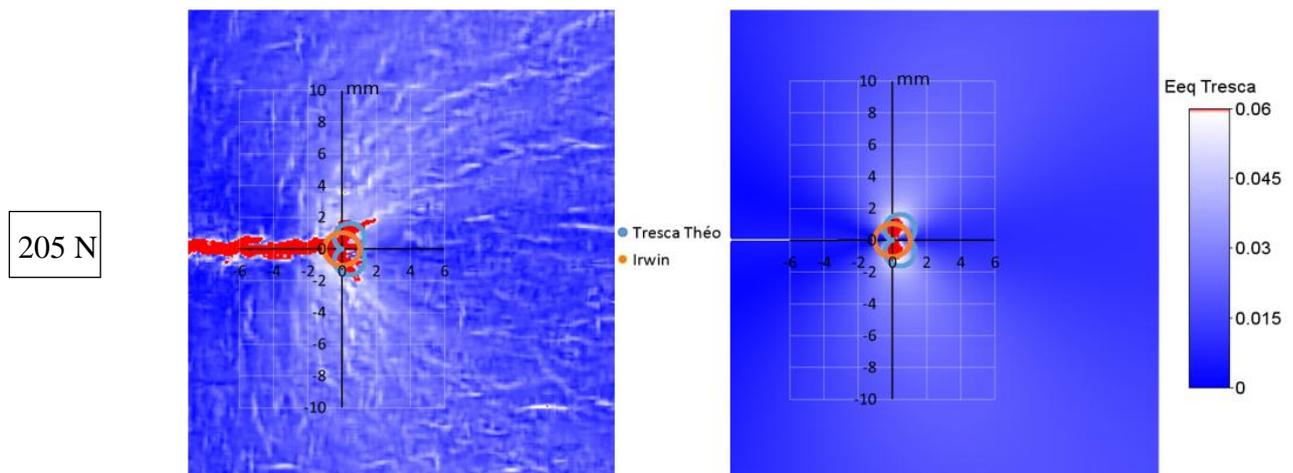
$$r_p = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{K_I}{\sigma_y}\right)^2 \cdot \left[\cos \frac{\theta}{2} \cdot \left(1 + \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)\right]^2 \quad (6)$$

avec r_p : Rayon de la zone plastique

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad [14]$$

On représente ci-dessous les déformations équivalentes (au sens de Tresca) et donc les étendues des zones plastiques pour quatre états de chargement, de 205 N à 380 N. Ces étendues correspondent à des valeurs mesurées supérieures à la limite d'élasticité du matériau (rappel : $\varepsilon_y = 0,06$).

La plasticité au chargement de 205 N est caractérisée par deux petites zones de part et d'autre de la pointe de fissure. Celles-ci s'étendent avec l'augmentation du chargement pour former deux lobes symétriques. Mêmes si les données expérimentales sont légèrement bruitées, la forme de la zone plastique issue des essais expérimentaux est en accord avec celle obtenue par la modélisation par éléments finis.



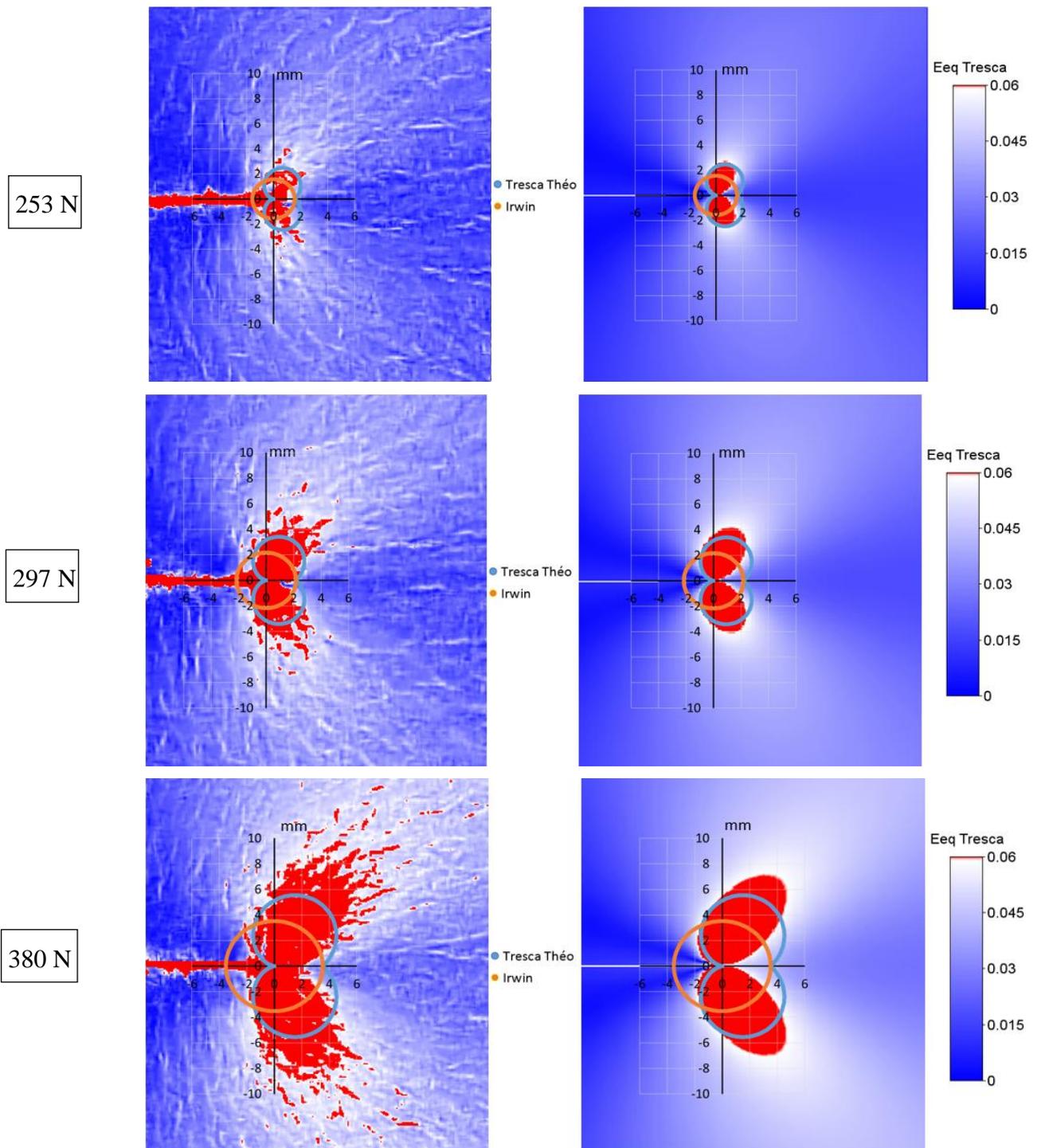


Figure 7. Evolution de la plasticité en fonction du chargement

Les zones plastiques expérimentales et numériques sont assez éloignées de celles obtenues par le critère de Tresca en 2D (équation 6). On observe bien les deux lobes au voisinage de la pointe de fissure, mais les formes et les orientations sont différentes. Au chargement de 205 N, la taille de la zone plastique estimée théoriquement est supérieure à celles obtenues expérimentalement et numériquement. A 253 N l'estimation théorique correspond en taille à l'expérience et aux résultats numériques au-delà de cette charge, l'étendue de la zone théorique devient inférieure à celle obtenue expérimentalement et numériquement, tout comme celle prédite par Irwin (équation 5). De plus, le rayon déterminé par l'approche d'Irwin ne correspond à aucun résultat présenté.

Sans toutefois pouvoir confirmer d'un point de vue théorique la forme de la zone plastique présente en pointe de fissure, ce travail montre que dans les cas expérimental et numérique, la déformation équivalente au sens de Tresca fournit des valeurs proches tant d'un point de vue de l'amplitude que de la forme. Ceci confirme que les conditions limites utilisées dans le modèle EF reflètent la réalité expérimentale. Nous pouvons aussi constater que l'évolution de la taille de la zone plastique estimée théoriquement est plus lente que celles obtenues expérimentalement et numériquement, ce qui se traduit par la sous-estimation de la taille de la zone plastique en présence de chargements importants.

5. Conclusion

Le travail effectué dans cette étude a permis de valider le modèle numérique en comparant les champs de déformations obtenus par la méthode des éléments finis à ceux obtenus expérimentalement.

L'utilisation de la nouvelle méthode expérimentale de corrélation d'image (H-DIC) permet d'accéder à des zones plus proches de la pointe de fissure tout en respectant les principes de la mécanique de la rupture.

Les morphologies de la zone plastique estimées numériquement et expérimentalement sont très proches. La comparaison à la prédiction décrite théoriquement avec le critère de Tresca est ressemblante avec les deux lobes de part et d'autre de la pointe, par contre l'orientation est différente et la taille est sous-estimée lors de fortes charges. La morphologie décrite théoriquement par Irwin a montré que la taille de la zone plastique au voisinage de la pointe de fissure est largement sous-estimée et que sa forme ne correspond pas à ce que l'on observe expérimentalement et numériquement.

Références

1. Robinson, J. N., & Tetelman, A. S. (1973). The Critical Crack-Tip Opening Displacement and Microscopic and Macroscopic Fracture Criteria for Metals.
2. Rice, J. R. (1968). A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 35(2), 379–386. doi:10.1115/1.3601206
3. Rice, J. R., & Rosengren, G. F. (1968). Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16(1), 1–12. doi:10.1016/0022-5096(68)90013-6
4. Hutchinson, J. W. (1968). Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16(1), 13–31. doi:10.1016/0022-5096(68)90014-8
5. Kies, J. A., Sullivan, A. M., & Irwin, G. R. (1950). Interpretation of Fracture Markings. *Journal of Applied Physics*, 21(7), 716–720. doi:10.1063/1.1699739
6. Sutton, M., Wolters, W., Peters, W., Ranson, W., & McNeill, S. (1983). Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image and Vision Computing*, 1(3), 133–139. doi:10.1016/0262-8856(83)90064-1
7. Bruck, H. A., McNeill, S. R., Sutton, M. A., & Iii, W. H. P. (1989). Digital image correlation using Newton-Raphson method of partial differential correction. *Experimental Mechanics*, 29(3), 261–267. doi:10.1007/BF02321405
8. Cheng, P., Sutton, M. A., Schreier, H. W., & McNeill, S. R. (2002). Full-field speckle pattern image correlation with B-Spline deformation function. *Experimental Mechanics*, 42(3), 344–352. doi:10.1007/BF02410992

9. McNeill, S. R., Peters, W. H., & Sutton, M. A. (1987). Estimation of stress intensity factor by digital image correlation. *Engineering Fracture Mechanics*, 28(1), 101–112. doi:10.1016/0013-7944(87)90124-X
10. Valle, V., Hedan, S., Cosenza, P., Fauchille, A. L., & Berdjane, M. (2014). Digital Image Correlation Development for the Study of Materials Including Multiple Crossing Cracks. *Experimental Mechanics*, 55(2), 379–391. doi:10.1007/s11340-014-9948-1
11. Rotinat, R., bi Tié, R., Valle, V., & Dupré, J.-C. (2001). Three Optical Procedures for Local Large-Strain Measurement. *Strain*, 37(3), 89–98. doi:10.1111/j.1475-1305.2001.tb01237.x
12. Elastic-Plastic Fracture. (1983). ASTM International.
13. Gaydon, F. A. (1953). An analysis of the plastic bending of a thin strip in its plane. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1(2), 103–112. doi:10.1016/0022-5096(53)90014-3
14. Labbens, R. (1980). Introduction à la mécanique de la rupture. CERN Document Server. Retrieved July 10, 2015, from <http://cds.cern.ch/record/108281>